

Università degli Studi di Padova  
Facoltà di Scienze MM.FF.NN.  
Dipartimento di Astronomia



Studio di emissioni di onde gravitazionali da oggetti  
compatti nel centro galattico usando i dati del  
rivelatore AURIGA

laureando: Gabriele Mainetti

a. a. 2005/2006

relatore: Prof. Alberto Franceschini

correlatori: Prof. Sabino Matarrese  
Dr. Antonello Ortolan



*A mio padre*



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>9</b>
<b>1 Onde gravitazionali e rivelatori</b>	<b>11</b>
1.1 Teoria della relatività generale . . . . .	11
1.2 Rivelatori di onde gravitazionali . . . . .	15
1.2.1 Interferometri . . . . .	16
1.2.2 Barre Risonanti . . . . .	17
1.3 Il rivelatore AURIGA . . . . .	20
1.4 Antenna Pattern. . . . .	23
<b>2 Sorgenti di onde gravitazionali</b>	<b>31</b>
2.1 Il centro galattico . . . . .	31
2.1.1 $SgrA^*$ . . . . .	40
2.1.2 I dintorni di $SgrA^*$ : oggetti compatti. . . . .	43
2.2 Burst di Onde Gravitazionali . . . . .	44
2.2.1 Energetica . . . . .	49
<b>3 Analisi dei dati</b>	<b>55</b>
3.1 Le sorgenti di rumore . . . . .	55
3.2 Analisi di tempo siderale . . . . .	59
3.2.1 Il test di Kolmogorov-Smirnov . . . . .	60
3.2.2 Risultati . . . . .	61
<b>4 Simulazioni</b>	<b>67</b>
4.1 Metodo delle simulazioni . . . . .	67
4.2 Risultati . . . . .	68
4.3 Discussione . . . . .	72
<b>Conclusioni</b>	<b>73</b>
<b>A Risposta di un interferometro a un'onda gravitazionale monocromatica</b>	<b>75</b>



# Introduzione

Nel 1905 Einstein rivoluziona il mondo della fisica pubblicando la teoria della Relatività Speciale. Quello che egli subito sa è che, a differenza delle leggi dell'elettromagnetismo di Maxwell, la teoria della Gravitazione Universale di Newton, con il suo concetto di influenza istantanea, non è compatibile con questa sua nuova teoria. Einstein non pensò però di adeguare la teoria di Newton alla Relatività Speciale ma si sforzò di ideare una teoria tutta nuova. La prima idea da cui parti è che tutti i corpi sono influenzati dalla gravità e che quindi cadono tutti nello stesso modo quando si trovano in un campo gravitazionale (Principio di Equivalenza). Essendo il moto indipendente dalla natura dei corpi, il cammino di corpi in caduta libera definisce un set di curve preferenziali nello spazio-tempo, proprio come, in relatività speciale, il cammino di corpi inerziali definisce un set preferenziale di curve (geodetiche della metrica dello spazio-tempo), indipendente dalla natura dei corpi. Questo suggerì la possibilità che le proprietà di un campo gravitazionale fossero associabili alla struttura stessa dello spazio-tempo: esso corrisponderebbe a una deviazione della geometria dello spazio-tempo dalla geometria minkovskiana della relatività speciale.

Einstein, partendo da queste idee, descrive un universo nuovo, visto come un continuo spazio-tempo incurvato dalla presenza di corpi dotati di massa. Il concetto classico di forza tra i corpi lascia il passo a una descrizione delle relazioni tra geometria dello spazio-tempo e gravitazione.

Ma qual è la conseguenza di un cambiamento, anche piccolo, nella massa (o nell'energia) della sorgente del campo gravitazionale? Intuitivamente si comprende che debba realizzarsi una perturbazione e che questa debba propagarsi allo spazio-tempo: le onde gravitazionali sono appunto queste piccole increspature dello spazio-tempo. La piccolezza di queste increspature rende altamente problematica l'osservazione diretta delle onde gravitazionali. Esistono comunque osservazioni indirette, osservazioni che sono valse anche il premio Nobel agli autori (R. Hulse e J. Taylor). Dagli anni '60 si è cominciato anche a sviluppare metodi di osservazione diretta, grazie soprattutto al lavoro di Weber. In questo lavoro di tesi, grazie proprio ad uno di questi nuovi rivelatori di onde gravitazionali, si è provato a fare un'osservazione sperimentale. Ma cosa si può misurare infatti di queste piccole

increspature? Il passaggio di un'onda gravitazionale ha come effetto quello di variare la distanza relativa tra due corpi in caduta libera, quella che in relatività, come detto, va sotto il nome di deviazione geodetica. Per fare questo sono state pensate due famiglie di rivelatori: quelli risonanti, in cui le due masse in caduta libera sono legate da una forza elastica, e quelli non risonanti in cui le masse sono effettivamente in caduta libera. Della famiglia dei rivelatori risonanti fanno parte le barre di Weber. Basano il loro funzionamento sulla misura dell'energia deposta nella barra a causa del passaggio dell'onda. Nella famiglia dei rivelatori non risonanti fanno parte invece gli interferometri, in cui si misura lo spostamento delle frange di interferenza tra due raggi che hanno viaggiato tra le due masse in caduta libera. Lo sfasamento è causato appunto dal passaggio dell'onda gravitazionale che provoca una variazione tra le distanze relative delle due masse. Le sorgenti di onde gravitazionali sono varie, comunque si tende a distinguerle in tre tipi, sorgenti impulsive, sorgenti periodiche e sorgenti stocastiche. In questo lavoro di tesi ci siamo focalizzati solo su uno specifico tipo di emissione di onde gravitazionali, l'emissione di tipo impulsivo. Inoltre, visto i numerosi articoli che parlano del Centro Galattico come di un posto ricco di oggetti compatti, ci siamo posti il quesito se una regione così peculiare non passa dare luogo a una emissione stazionaria di onde gravitazionali. Grazie ai rivelatori ora esistenti e quelli che presto entreranno in funzione, sarà inoltre possibile aprire anche in astronomia una nuova finestra osservativa, non più legata alla radiazione elettromagnetica. Questo farà sì che non si studieranno più eventi astrofisici attraverso la radiazione prodotta a livello atomico, ma si studieranno i moti su grandi scale dove appunto agiscono le forze gravitazionali.

Nel capitolo I° , dopo una breve descrizione della teoria della relatività che sta alla base di questo lavoro, si passano in rassegna i vari tipi di rivelatori, le barre risonanti e gli interferometri. La nostra attenzione si focalizzerà quindi sul rivelatore attraverso il quale abbiamo raccolto i dati usati per questo lavoro di tesi, il rivelatore a barra risonante AURIGA che si trova presso i Laboratori Nazionali di Legnaro dell' Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. Di tutte le caratteristiche di questo rivelatore, tratteremo in particolare quella alla base del nostro lavoro, cioè la direzionalità del rivelatore, ricavandone in particolare la forma d'antenna (antenna pattern) e la dipendenza dal tempo sidereo.

Nel capitolo II° descriviamo invece la regione attorno al centro galattico, in particolare ci soffermiamo su *SgrA\**, dove sembra essere presente un buco nero super massiccio, e sugli oggetti compatti dei suoi dintorni. Passiamo quindi in rassegna le possibili sorgenti di onde gravitazionali, i meccanismi di emissione e l'energetica ad esse associate.

Il capitolo III° riporta i risultati dell'analisi dati raccolti dal rivelatore nel periodo compreso tra maggio e novembre 2005. Abbiamo infatti svolto un'analisi basata

sul tempo siderale e sulla modulazione del segnale dovuta alla forma d'antenna del rivelatore. Per fare questo abbiamo fatto uso del test di Kolmogorov-Smirnov, che descriviamo in questo capitolo. Dai risultati non è emersa la presenza di segnale gravitazionale, questo ci ha portato a verificare la validità del metodo attraverso delle simulazioni. I risultati di queste simulazioni sono riportati nel capitolo IV°.



# Capitolo 1

## Onde gravitazionali e rivelatori

La forza gravitazionale è certamente la forza che è nota all'uomo da più tempo ma nonostante questo è ancora una delle più ignote nei suoi meccanismi fondamentali. Analogamente alle onde elettromagnetiche che sono prodotte da cariche in moto, si può dire, semplificando, che masse accelerate producano onde gravitazionali attraverso un cambiamento locale del campo gravitazionale. Le analogie terminano però a questo punto. In generale, il fatto che le interazioni non si possano propagare a velocità infinita impone, all'interno della trattazione relativistica della gravitazione, l'esistenza di un campo gravitazionale non legato ai corpi, cioè un campo di onde gravitazionali. Per inquadrare meglio questa problematica, facciamo un breve excursus sulla teoria della Relatività Generale.

### 1.1 Teoria della relatività generale

Alla base della Relatività Generale abbiamo il principio di equivalenza, il quale ci dice che *un sistema di riferimento non inerziale equivale localmente a un campo gravitazionale*, cioè le proprietà del moto in un sistema non inerziale sono le stesse di quelle del moto in un sistema inerziale con un campo gravitazionale (Landau and Lifshits, 1985).

In un sistema di riferimento inerziale della relatività speciale, l'intervallo  $ds$  che esprime la distanza tra eventi nello spazio tempo di Minkowsky si scrive

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k, \quad (1.1)$$

dove  $\eta_{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . La generalizzazione dell'intervallo a  $ds$  ad un qualunque sistema di coordinate si scrive  $ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$  dove le  $g_{ik}$  sono funzioni delle coordinate spaziali  $x^\alpha$  con  $\alpha = 1, 2, 3$  e della coordinata temporale  $x^0 = cdt$ . Le  $g_{ik}$  definiscono la metrica dello spazio-tempo e sono note come tensore metrico. Introduciamo ora alcuni elementi fondamentali della Relatività Generale.

1. Simboli di Christoffel

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2}g^{im}(\partial_l g_{mk} + \partial_k g_{ml} - \partial_m g_{kl}) \quad (1.2)$$

2. Tensore di curvatura o tensore di Riemann

$$R_{klm}^i = \partial_l \Gamma_{km}^i - \partial_m \Gamma_{kl}^i + \Gamma_{nl}^i \Gamma_{km}^n - \Gamma_{nm}^i \Gamma_{kl}^n. \quad (1.3)$$

3. Tensore di Ricci

$$R_{ik} = g^{lm} R_{limk} = R_{ilk}^l \quad (1.4)$$

4. Curvatura scalare

$$R = g^{ik} R_{ik} = g^{il} g^{km} R_{iklm} \quad (1.5)$$

5. Azione del campo gravitazionale

$$\Lambda = \int d\Omega \sqrt{-g} R + \Lambda_m \quad (1.6)$$

Dal principio di minima azione si ricavano le equazioni del campo gravitazionale, le cosiddette *equazioni di Einstein* (qui espresse nella componente covariante):

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik} \quad (1.7)$$

dove  $T_{ik}$  rappresenta il tensore energia-impulso e  $G$  è la costante di gravitazione universale. Consideriamo un campo gravitazionale debole nel vuoto (un campo gravitazionale può essere considerato debole se lo spazio-tempo è quasi piatto). Allora possiamo immaginare il tensore metrico come quello di Minkowsky più una piccola perturbazione definita da  $h_{ik}$ :

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik} \quad (1.8)$$

I simboli di Christoffel, scritti al primo ordine rispetto alla perturbazione  $h_{ik}$  saranno

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2}\eta^{im}(\partial_l h_{mk} + \partial_k h_{ml} - \partial_m h_{kl}). \quad (1.9)$$

A questo punto il tensore di Ricci diventa:

$$R_{ik} = \frac{1}{2}(\square h_{ik} + \partial_i \partial_m h_k^m - \partial_k \partial_m h_i^m - \partial_i \partial_k h) \quad (1.10)$$

in cui  $\square = -\frac{\partial}{\partial t^2} = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}$  è l'operatore di d'Alembert ( $\Delta$ ) e  $h = g^{ik(0)}h_{ik}$  è la traccia della perturbazione del tensore metrico. Le equazioni di Einstein diventano quindi

$$\square h_{ik} + \partial_i \partial_m h_k^m - \partial_k \partial_m h_i^m - \partial_i \partial_k h = -\frac{16\pi G}{c^4}S_{ik} \quad (1.11)$$

con

$$S_{ik} = T_{ik} - \frac{1}{2}\eta_{ik}T_m^m \quad (1.12)$$

tensore che descrive le sorgenti del campo. Quando consideriamo le onde gravitazionali, consideriamo la propagazione del campo in assenza di sorgenti, cioè dove il tensore energia impulso è nullo ( $T_i^k = 0$ ).

A causa della generale covarianza delle equazioni di Einstein, non possiamo però aspettarci che il campo descritto da (1.11) abbia una unica soluzione: infatti possiamo sempre effettuare una trasformazione di gauge

$$x^i \longrightarrow x'^i = x^i + \epsilon^i(x) \quad (1.13)$$

in cui  $\frac{\partial \epsilon^i}{\partial x^k}$  deve essere dell'ordine di grandezza di  $h_{ik}$ . In questo nuovo sistema di riferimento, il tensore metrico diviene

$$g'^{ik} = \partial_m x'^i \partial_l x'^k g^{ml}$$

e quindi, infine otteniamo per la perturbazione del tensore metrico

$$h'_{ik} = h_{ik} - \partial_k \epsilon_i - \partial_i \epsilon_k. \quad (1.14)$$

Scegliamo allora una invarianza di gauge che ci permetta di calcolare il più semplicemente possibile l'equazione omogenea associata a (1.11). Ci poniamo in un sistema di riferimento armonico (Weinberg, 1972), per il quale vale

$$\eta^{ik} \Gamma_{ik}^l = 0$$

e otteniamo, al primo ordine,

$$\partial^l (h_{ik} - \frac{1}{2}\eta^{ik}h) = 0. \quad (1.15)$$

Infine le equazioni di Einstein omogenee diventano

$$\square h_{ik} = 0. \quad (1.16)$$

Questa gauge ci permette di definire un sistema di coordinate (T,X,Y,Z) in cui le onde gravitazionali piane sono trasverse e a traccia nulla, cioè rispettivamente

$$\partial^i h_{ik} = 0 \quad (1.17)$$

$$h = 0. \quad (1.18)$$

Se per esempio scegliamo l'asse Z come direzione di propagazione dell'onda, allora otteniamo

$${}^{TT}h_{ik} = h_+(e_+)_{ik} \sin(kZ - \omega T) + h_\times(e_\times)_{ik} \sin(kZ - \omega T + \phi) \quad (1.19)$$

con  $k^i$  vettore d'onda tale che  $k^i k_i = 0$ ,  $h_+$  e  $h_\times$  le ampiezze dei due stati di polarizzazione dell'onda,  $e_+$ -  $e_\times$  tensori che rappresentano i due stati di polarizzazione dell'onda  $+$   $\times$

$$\mathbf{e}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_\times = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A questo punto il tensore di Riemann linearizzato ha componenti non nulle:

$$R_{i0k}^0 = -\frac{1}{2c^2} \ddot{h}_{ik}, \quad (1.20)$$

dove  $\dot{h}$  indica la derivata rispetto al tempo.

Nella approssimazione di **campo debole** possiamo risolvere le equazioni (1.11) attraverso i potenziali ritardati di Lienard-Wiechert (Weinberg, 1972; Misner et al., 1973)

$$h_{ik}(t, \vec{x}) = 4G \int \frac{d^3 x'}{|\vec{x} - \vec{x}'|} S_{ik} \exp(-i\omega t + |\vec{k}| |\vec{x} - \vec{x}'|) \quad (1.21)$$

in cui  $S_{ik}$  è la componente di Fourier del tensore che descrive le sorgenti del campo.

Grazie a (1.21) possiamo calcolare lo pseudo tensore energia impulso

$$t_{ik} = \frac{1}{32\pi G} \partial_i h_{lm} \partial_k h^{lm}.$$

Esso è riferito al campo debole prodotto da una onda gravitazionale. Possiamo allora calcolare il flusso di energia-impulso in una data direzione  $\vec{n}$  che attraversa l'elemento di superficie  $dS = r^2 d\Omega$  sarà dato da

$$\frac{dE}{dt d\Omega} = r^2 n_i t_{0i} \quad (1.22)$$

Lo sviluppo in multipoli di (1.22) ha come primo termine non nullo quello di quadrupolo, che dominerà in presenza di sorgenti non relativistiche.

La potenza irradiata dal quadrupolo su tutto l'angolo solido è

$$\frac{dE}{dt} = \frac{G}{5c^5} \sum_{ij} \left( \frac{d^3 Q_{ij}^{TT}}{dt^3} \right)^2 \quad (1.23)$$

dove  $Q_{ij}^{TT}$  è il tensore di quadrupolo della distribuzione di massa espresso nella gauge TT, e corrisponde a

$$Q_{ij}^{TT} = \int d^3 x \rho(t, \vec{x}) (x^i x^j - \frac{1}{3} \delta^{ij} x^i x_j). \quad (1.24)$$

Come si vede il fatto che la potenza sia proporzionale a  $G/c^5$  fa in modo che non sia possibile produrre in laboratorio onde gravitazionali rivelabili e quindi bisogna necessariamente rivolgersi a sorgenti astrofisiche relativistiche.

Le potenziali sorgenti astrofisiche di onde gravitazionali possono essere divise in tre categorie a seconda del meccanismo di emissione e dello spettro emesso: sorgenti periodiche, fondo stocastico cosmico e burst (non periodiche e impulsive). Poichè quest'ultime sono le sorgenti a cui ci rivolgiamo nel nostro lavoro di tesi, ne parleremo ampiamente in 2.2.

## 1.2 Rivelatori di onde gravitazionali

Da quanto detto nella sezione precedente, e in particolare come si vede da (1.23), una variazione nella distribuzione di massa si traduce in una perturbazione del tensore metrico. Se queste perturbazioni sono piccole verificano una equazione d'onda e quindi, essendo perturbazioni della geometria dello spazio-tempo che si propagano a velocità della luce, interagiscono con la materia. Le onde gravitazionali possono quindi essere rilevate studiando le alterazioni dello spazio tempo prodotte al loro passaggio. Osserviamo quindi al loro passaggio una variazione della distanza fra una qualunque coppia di punti materiali che si trovino in caduta libera, e paralleli al fronte d'onda con frequenza proporzionale alla frequenza dell'onda. L'ampiezza è pari al prodotto tra l'ampiezza dell'onda e la distanza stessa. Questa distanza tra i punti aumenta e diminuisce alternatamente, cioè un avvicinamento in una direzione corrisponde all'allontanamento in quella perpendicolare. Il risultato è mostrato in Fig.1.1 dove la radiazione ha direzione  $z$  e le masse giacciono sul piano  $xy$ .

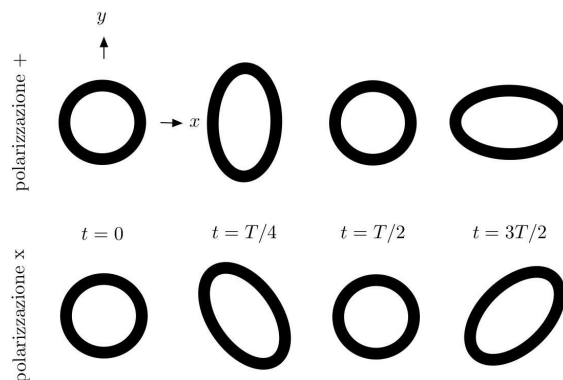


Figura 1.1: Deformazione di un anello di masse al passaggio di una onda gravitazionale: sono mostrate le due possibili polarizzazioni.

Finora sono stati realizzati due tipologie di rivelatori: i rivelatori di tipo interferometrico e quelli a barra risonante.

### 1.2.1 Interferometri

I rivelatori di tipo interferometrico basano il loro funzionamento sulla misura dello spostamento indotto dal passaggio dell'onda gravitazionale su tre masse di prova (specchi) poste all'estremità di due bracci posti a  $90^\circ$ . Lo schema di uno di questi rivelatori (VIRGO) è mostrato nell'Fig. 1.2.

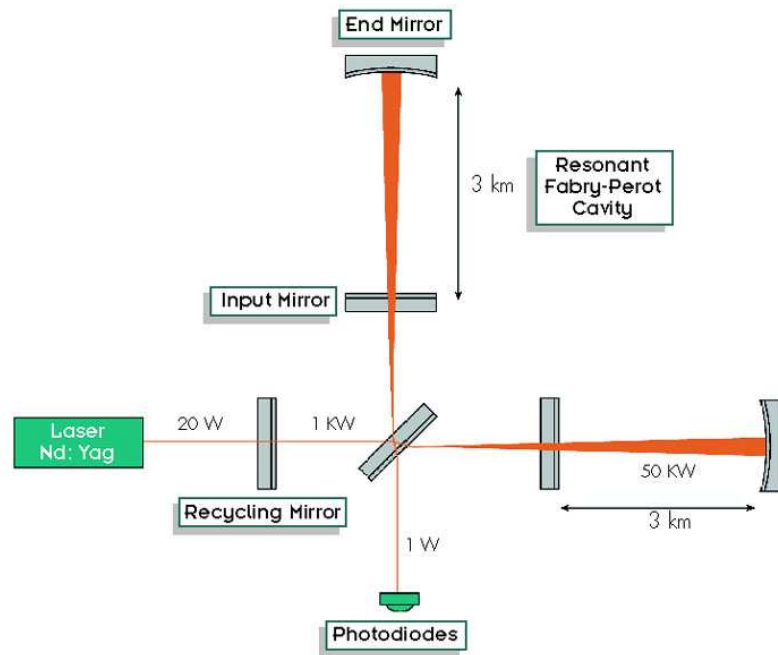


Figura 1.2: Schema del rivelatore interferometrico VIRGO

Le minuscole variazioni della lunghezza dei due bracci sono misurate sfruttando il fenomeno dell'interferenza: infatti il primo specchio semitrasparente (beam splitter, BS) posto all'ingresso dei due bracci divide il fascio in due componenti uguali. Queste due componenti proseguono il loro cammino nei due bracci, vengono riflessi indietro dagli altri specchi e ricombinati in opposizione di fase su un rivelatore di luce, in modo che normalmente non si osservi radiazione sul fotodiodo. Il passaggio di un'onda provoca una piccolissima variazione di cammino ottico che si traduce in uno sfasamento tra i fasci, producendo una alterazione della figura di interferenza.

Poichè lo sfasamento è piccolissimo si richiedono bracci molto lunghi, quindi si rimedia utilizzando cavità risonanti ottiche di Fabry-Perot, che attraverso riflessioni multiple permettono di aumentare artificialmente anche di 40 volte la lunghezza del braccio. La superficie degli specchi riflettenti devono essere levigate con altissima precisione, precisione dell'ordine del centesimo di micron, e deve avere un coefficiente di assorbimento e una diffusione bassissimi. Il problema maggiore sta nell'isolamento sismico degli specchi raggiunto per mezzo di filtri sismici contenuti in una torre da vuoto. Questa è a sua volta sospesa ad una piattaforma stabilizzata attivamente in grado di correggere moti sismici di grande ampiezza a bassa frequenza. La larghezza di banda a cui operano gli interferometri va dalle decine di  $Hz$  a qualche decina di  $kHz$ .

In realtà la risposta di un interferometro a onde gravitazionali monocromatiche è dovuta a due differenti contributi: uno dovuto al cambiamento della geometria dello spazio, l'altro dovuto al red o blue shift del fotone (Fortini and Ortolan, 1991). In appendice vedremo come.

Gli interferometri attualmente operativi sono:

- LIGO 1 e LIGO 2, (Hanford e Livingstone-USA) bracci di 4 km
- VIRGO (Pisa-Italia) bracci da 3 km
- TAMA 300 (Tokio-Giappone) bracci da 300 m
- GEO 600 (Hannover-Germania) bracci da 600 m

Bisogna ricordare inoltre il programma LISA (Laser Interferometer Space Antenna), collaborazione tra ESA e NASA per la costruzione del primo osservatorio di onde gravitazionali nello spazio. La missione prevede la messa in orbita di tre satelliti identici posizionati a cinque milioni di chilometri uno dall'altro sui tre vertici di un triangolo equilatero. Formeranno praticamente un gigantesco interferometro di Michelson anche se opereranno comunque in modo diverso rispetto agli interferometri a terra.

### 1.2.2 Barre Risonanti

Questa tipologia di rivelatori basa il suo funzionamento sulla misura della deformazione indotta da una onda gravitazionale su di un corpo elastico, solitamente una barra di metallo, di forma cilindrica, con un altro fattore di merito e di grande massa (Weber, 1960). Si misurano quindi le vibrazioni indotte dall'assorbimento dell'energia da parte di uno dei modi normali del sistema al passaggio dell'onda gravitazionale. In caso di coincidenza tra frequenza dell'onda e primo modo longitudinale della barra l'assorbimento è massimo. Per poter consentire una operatività efficace le barre devono essere isolate e portate a temperature criogeniche.

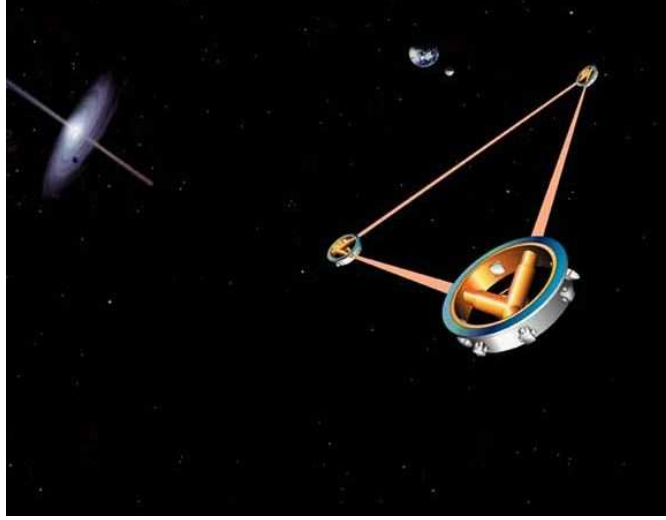


Figura 1.3: Rappresentazione artistica del rivelatore LISA

Introduciamo allo scopo una nuova gauge, la FNC-gauge (Fermi Normal Coordinates), che ci permette di passare da una descrizione geometrica dell'interazione gravitazionale a una descrizione che reintroduce il concetto di forza dell'onda gravitazionale che agisce sul rivelatore (?). Questa gauge viene fissata scegliendo la geodetica di un osservatore in caduta libera nel campo gravitazionale (geodetica fiduciale) come coordinata temporale  $t$ , mentre le coordinate spaziali  $(x, y, z)$  sono date da tre geodetiche di tipo spazio mutualmente ortogonali, la cui direzione è fissata da tre giroscopi (Misner et al., 1973). Per costruzione questo sistema di riferimento è localmente inerziale, quindi  ${}^{FNC}\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}(\vec{0}, t)$ . In questo sistema di riferimento, l'equazione della deviazione geodetica  $\xi^{\mu}$  tra due masse in caduta libera si riduce a

$$\ddot{\xi}^i = -R^0_{i0j}\xi^j \equiv \frac{1}{2c^2} {}^{TT}\ddot{h}_{ij}\xi^j. \quad (1.25)$$

Poichè il tensore di Riemann è una grandezza gauge invariante abbiamo potuto utilizzare a secondo membro la sua espressione 1.20 calcolata nella gauge TT attraverso calcoli più semplici. Il principio alla base dei rivelatori a barra risonante è quello di misurare la deviazione geodetica tra due masse, masse che in questo caso sono accoppiate da una forza elastica  $f_e^i = -M\omega_{0\xi}^2\xi^i$  e sono immerse in una forza viscosa  $f_v^i = M\beta\dot{\xi}^i$ . La (1.25) diviene allora

$$\ddot{\xi}^i + \beta\dot{\xi}^i + \omega_0^2\xi^i = {}^{TT}\ddot{h}_{ij}\xi^j. \quad (1.26)$$

dove  $\omega_0$  è la pulsazione caratteristica del sistema.

Definiamo la funzione di trasferimento del sistema come

$$T(\omega) = \frac{\Xi(\omega)}{F_g \omega} \quad (1.27)$$

con  $\Xi(\omega)$  trasformata di Fourier di  $\xi(t)$ ,  $F_g = -m(l/2)\omega^2 H(\omega)$  e  $H(\omega)$  trasformata di Fourier di  $h(t)$ . Risolvendo (1.27) otteniamo quindi

$$T(\omega) = -(1/m) \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2) - 2i\beta\omega}. \quad (1.28)$$

È evidente la presenza di un picco di risonanza alla frequenza  $\omega_0$ . Definiamo il Q-fattore come  $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$ . Si nota che più grande è Q, meglio è definito il picco di risonanza. In prossimità di questa frequenza la curva di sensibilità mostra un minimo. Quanto detto per le due masse separate è valido anche per la barra: utilizzando la legge di Hooke generalizzata infatti si può estendere il tutto ai mezzi continui. Infatti si riesce a dimostrare che le estremità della barra oscillano con una funzione di trasferimento simile per forma a (1.27): la barra di lunghezza  $L$  e massa  $M$ , in un intorno della frequenza fondamentale longitudinale, risulta essere assimilabile a due masse collegate da una molla di lunghezza a riposo  $l = 4L/\pi^2$  e frequenza caratteristica  $\omega_0 = \pi v_s/L$  in cui  $v_s$  è la velocità del suono nella barra. Inoltre si dimostra che l'energia assorbita dalla barra al passaggio dell'onda gravitazionale è la stessa di quella assorbita dal sistema di due masse se vale la relazione  $m = M/2$ . Studiamo ora il comportamento di (??) per  $Q \gg 1$  e onde gravitazionali di tipo impulsivo, cioè onde per le quali vale  $H(\omega) = H_0$  con  $H_0$  costante. Troviamo, se l'onda gravitazionale ha banda maggiore della banda del rivelatore,

$$\xi(t) \simeq \frac{2L}{\pi^2} e^{-\beta t} H_0 \omega_0 \sin \omega_0 t, \quad (1.29)$$

cioè una oscillazione smorzata con tempo di smorzamento pari a  $\tau \equiv 1/\beta = 2Q/\omega_0$ .

La sensibilità del rivelatore è definita dall'ampiezza del minimo segnale rivelabile a rapporto segnale rumore unitario e per migliorare la sensibilità è importante aumentare la massa e la lunghezza della barra. La lunghezza però, come già visto, è legata alla frequenza di oscillazione del modo longitudinale del rivelatore e deve essere prossima a 1 kHz (essendo questa la frequenza attesa per sorgenti astrofisiche di tipo impulsivo). Le barre al momento in funzione sono:

- AURIGA (Padova-Italia)
- NAUTILUS (Roma-Italia)
- EXPLORER (Ginevra-Svizzera)
- ALLEGRO (Baton Rouge-USA)

### 1.3 Il rivelatore AURIGA

Analizziamo più in dettaglio uno di questi rivelatori, in particolare quello usato per questo lavoro di tesi, AURIGA, considerandone le varie componenti.

1. La barra è un cilindro lungo 3 m, di raggio pari a 60 cm e del peso di 2300 kg. E' costituita da una lega di alluminio e magnesio (Al5056), lega che raffreddata a temperature criogeniche ha un Q-fattore dell'ordine di  $10^{6\div 7}$  legato al minimo della curva di sensibilità del rivelatore dalla relazione  $S_{hh} \propto \frac{T}{QM}$  con  $T$  temperatura della barra e  $M$  massa della stessa. Vista la debolezza del segnale, il problema maggiore è quello di isolare il più possibile la barra da rumori esterni e ridurre al minimo il rumore termico. Per quanto riguarda i rumori esterni, si devono seguire due strade, una per i rumori di tipo acustico e una per i rumori di tipo meccanico. Per rimuovere il più possibile i rumori acustici, si pone la barra in un contenitore in cui si crea il vuoto. I rumori meccanici sono molto più difficili da gestire e per ridurli il più possibile è stato necessario eseguire alcuni accorgimenti. Il primo accorgimento è stato quello di porre la barra sopra una piattaforma di 200 tonnellate, separata dal resto del laboratorio e poggiante su uno strato di sabbia che riducesse ulteriormente il livello di rumore. Il secondo accorgimento è stato quello di usare delle sospensioni speciali assimilabili a una serie di oscillatori armonici (Fig. (1.4)). Grazie a queste sospensioni il guadagno totale alla frequenza di risonanza della barra è di circa -240 dB in direzione verticale.

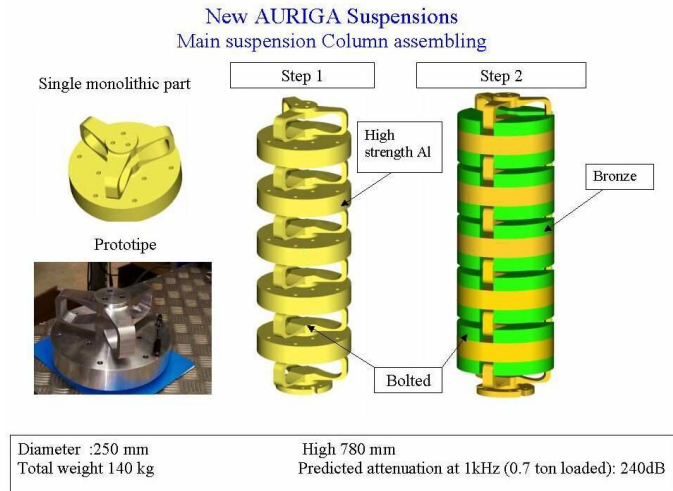


Figura 1.4: Schema delle sospensioni del rivelatore AURIGA

Per quanto riguarda i rumori termici il rivelatore opera a temperature crio-

geniche attraverso l'uso di elio liquido. Grazie a questo si minimizzano le deformazioni prodotte dal moto browniano di agitazione termica delle molecole della barra e, in secondo luogo il Q-fattore aumenta. Attualmente la temperatura a cui opera AURIGA è di 4.5 Kelvin

2. Alla barra è poi collegato il trasduttore risonante formato da una seconda massa, accoppiata dinamicamente ad una base del cilindro, con stessa frequenza di risonanza della barra. Si sfrutta il fatto che la frequenza di risonanza sia la stessa per trasduttore e barra, per amplificare il segnale proveniente da quest'ultima. Il trasduttore risonante rappresenta anche una faccia del condensatore che forma il trasduttore capacitativo.
3. Il trasduttore capacitativo (il cui schema è visibile in Fig. 1.5) ha il compito di tradurre in segnale elettrico il segnale meccanico che esce dalla barra e viene amplificato dal trasduttore risonante. Infatti, come già detto, il trasduttore risonante è anche una faccia di un condensatore e vibrando a causa delle vibrazioni della barra riesce a modulare la capacità del condensatore stesso. Il condensatore ha massa totale pari a  $m_t = 0.4kg$  e capacità  $C_0 = 2.7 nF$ . Quando il trasduttore risonante vibra, la faccia del condensatore è soggetta a uno spostamento dalla posizione di equilibrio pari a  $x(t)$  che provoca una variazione di capacità. La legge che regola questo comportamento (al primo ordine) è data da

$$V(t) = \frac{q(t)}{C(t)} \simeq E_0 x(t) + \frac{q(t)}{C_0}, \quad (1.30)$$

dove  $V(t)$  è la differenza di potenziale ai capi del condensatore,  $q(t)$  la carica e  $E_0$  il valore del campo elettrico all'interno delle armature. Il trasduttore si trova a pressioni molto basse così da poter caricare il condensatore con un campo elettrico molto elevato (fino a  $10^7 V/m$ ).

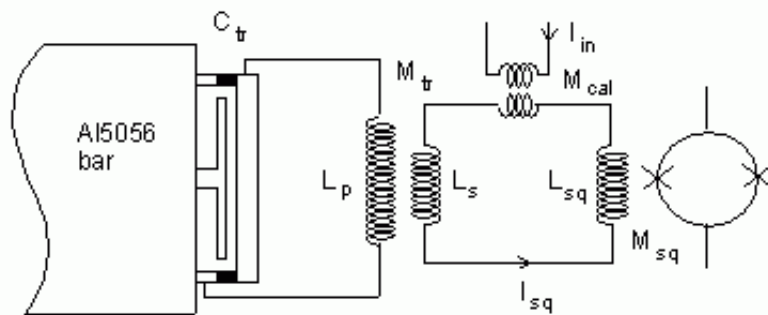


Figura 1.5: Schema di trasduttore capacitativo

4. Una volta che il segnale da vibrazionale diventa un segnale elettrico arriva all'amplificatore di tipo SQUID. Lo SQUID (Superconducting QUantum Interface Device) è un tipo di amplificatore che alla temperatura dell'elio liquido offre il vantaggio di avere un bassissimo rumore termico e soprattutto un'alta sensibilità. Il segnale elettrico passando attraverso questo dispositivo rimane ancora proporzionale al segnale meccanico della barra

$$V(t) = \alpha(x(t) - y(t)) \quad (1.31)$$

dove  $\alpha$  è una costante che rappresenta il guadagno dell'amplificatore e  $y(t) - x(t)$  è la differenza tra lo spostamento della faccia mobile del trasduttore e lo spostamento della barra.

Questa è la struttura complessiva del rivelatore AURIGA.



Figura 1.6: Immagine del rivelatore AURIGA

La banda di sensibilità di AURIGA va da  $\sim 800$  fino a  $1500$  Hz, ma la parte più sensibile, come si può vedere dalla Fig. (1.7) cade nell'intervallo  $850-950$  Hz. In questo intervallo la sensibilità non varia di più di un fattore 4 in ampiezza. Nel suo secondo run di acquisizione, iniziato a Maggio 2005, il rivelatore presenta per la maggior parte del tempo fluttuazioni di rumore gaussiane e stazionarie, come previsto dal teorema fluttuazione/dissipazione per un sistema all'equilibrio termodinamico a  $4.5$  K.

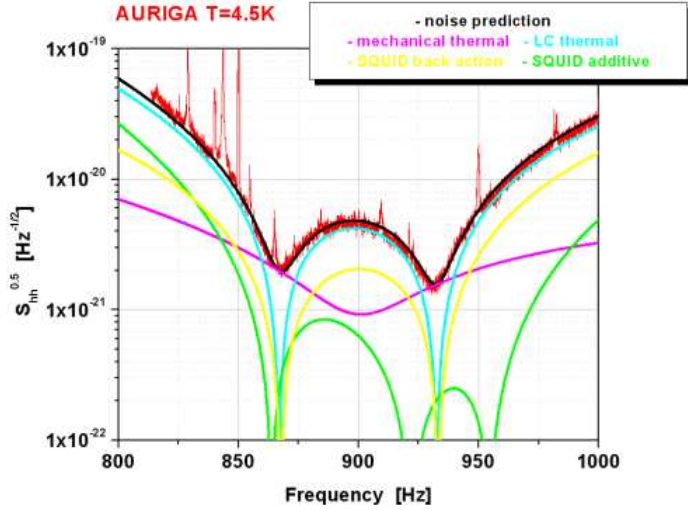


Figura 1.7: Sorgenti di rumore intrinseco per il Rivelatore AURIGA confrontati con lo spettro di rumore sperimentale (linea rossa)

La sensibilità di AURIGA, espressa come rumore equivalente in ampiezza di onde gravitazionali è (Baggio et al., 2005c)

$$(2 \cdot 10^{-21} < S_{hh}^{1/2} < 5 \cdot 10^{-21}) Hz^{-1/2}. \quad (1.32)$$

Il duty-cycle è del 98% e gli eventi spuri, cioè gli eventi che mostrano un rapporto ampiezza su deviazione standard del rumore ( $SNR > 6$ ), sono una decina al giorno come si vede da 1.9.

Le figure 1.9, 1.8 mostrano invece SNR come istogramma e serie temporale rispettivamente, per tutto il periodo di presa dati utile per questo lavoro di tesi (maggio-novembre 2005).

La Fig. 1.10 mostra il rumore del rivelatore nel periodo di presa dati tra maggio e novembre 2005.

Il metodo di indicare l'ampiezza degli eventi candidati come il rapporto SNR risulta utile in quanto, grazie alla calibrazione del rivelatore (Zendri et al., 2002), abbiamo che  $SNR = 1$  per un impulso pari a  $1.4 \cdot 10^{-19}$ , pari cioè un'energia di  $10^{-6} M.c^2$  emessa a 10 Kpc.

## 1.4 Antenna Pattern.

Vogliamo studiare la direzionalità della risposta del rivelatore AURIGA a un segnale gravitazionale. Un rivelatore gravitazionale non ha infatti una risposta

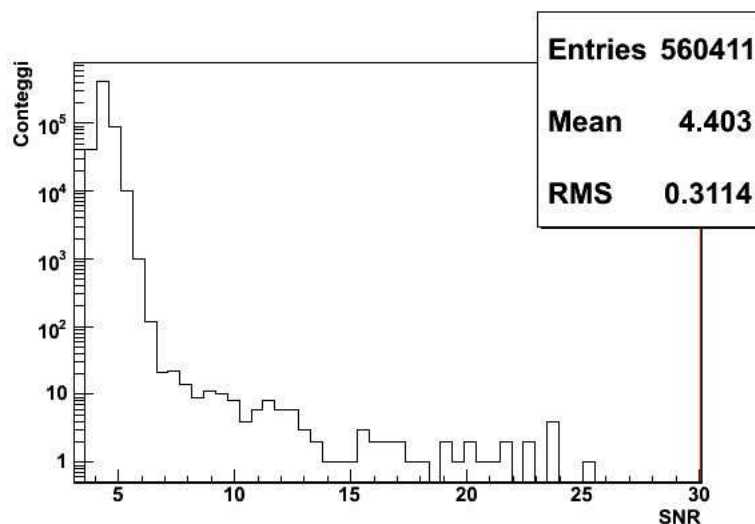


Figura 1.8: SNR: istogramma riferito a tutti i run dal maggio a novembre 2005

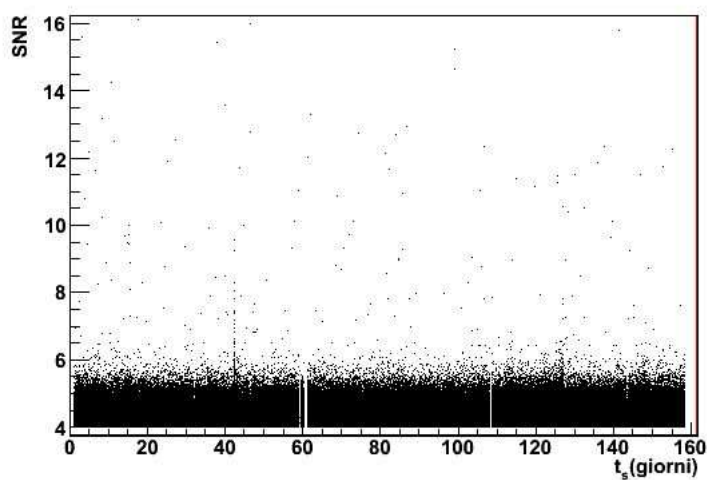


Figura 1.9: SNR: serie temporale riferita al periodo di presa dati compreso tra maggio e novembre 2005. Le bande vuote corrispondono ai periodi di intervento sul rivelatore per lavori di manutenzione. Al fine della nostra ricerca questo non influisce sul risultato finale: siamo infatti in cerca non di un singolo segnale ma di un'emissione stazionaria. Come si può vedere, gli eventi spuri con rapporto  $\text{SNR} > 6$  sono circa dieci al giorno

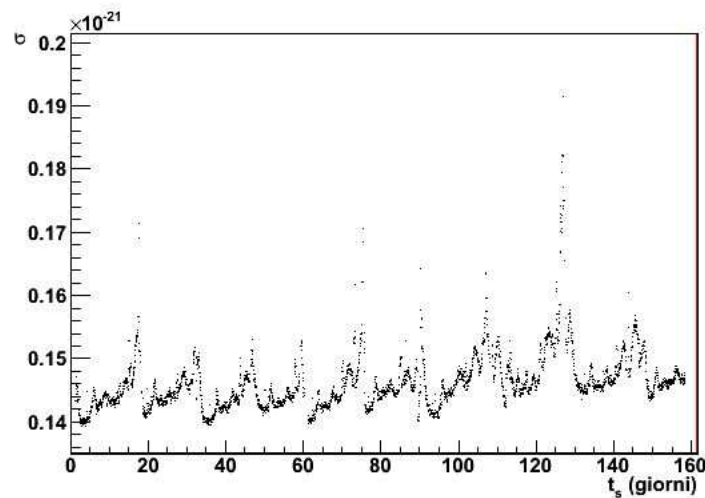


Figura 1.10: Deviazione standard del rumore del rivelatore riferito a tutto il periodo di presa dati tra maggio e novembre 2005: i picchi che si notano sono dovuti agli interventi sul rivelatore per le operazioni di refilling dell'elio liquido.

onnidirezionale, ma è caratterizzato da un'antenna pattern che modula il segnale in ampiezza durante il giorno sidereo (Schutz and Tinto, 1987; Baryshev and Paturel, 2001). Vediamo come.

Prendiamo come riferimento la Fig. (1.11) e definiamo:

- Zenith Z
- Polo Nord Equatoriale P
- la direzione di provenienza dell'onda OS
- l'orizzonte locale, cioè la perpendicolare a OZ
- il piano equatoriale (la perpendicolare a OP)
- $\gamma$  definisce il tempo sidereo rispetto al meridiano meridionale
- $\alpha = \widehat{\gamma OH}$  ascensione retta della sorgente
- $\delta = \widehat{HOS}$  declinazione della sorgente
- $\zeta = \widehat{ZOS}$  distanza zenitale
- $\phi_0$  azimuth misurato in senso antiorario dal Nord



La barra è orientata in direzione  $OX$ . L'angolo importante da tenere in considerazione è  $\theta = \widehat{XOS}$ , inoltre  $\psi$  rappresenta l'angolo di polarizzazione dell'onda, misurato nel piano dell'onda a partire dalla linea dei nodi definita come intersezione tra il piano dell'onda e il piano orizzontale. In queste condizioni si ottiene

$$\cos \zeta = \sin L \sin \delta + \cos L \cos \delta \cos t - \alpha \quad (1.33)$$

dove  $L$  è la latitudine del rivelatore,  $t$  il tempo siderale e  $\zeta$  è definita nel range  $[0, \pi]$ . Alla fine troviamo

$$\cos \theta = \sin \zeta \cos \phi \quad (1.34)$$

Allora se consideriamo il segnale proveniente dalla sorgente posta in una direzione formante un angolo  $\theta$  con l'asse longitudinale della barra, la risposta sarà data da

$$\tilde{h}(\nu) = \sin^2 \theta (\tilde{h}_+ \cos 2\psi + \tilde{h}_\times \sin 2\psi). \quad (1.35)$$

Quindi la risposta del detector è proporzionale a  $\sin^2 \theta$ . Se consideriamo onde gravitazionali mediando su tutte le polarizzazioni, l'effetto dell'angolo  $\psi$  scompare, quindi resta solo la dipendenza dall'angolo  $\theta$ , angolo che risente della rotazione della terra ( $\theta = \theta(t)$ ).

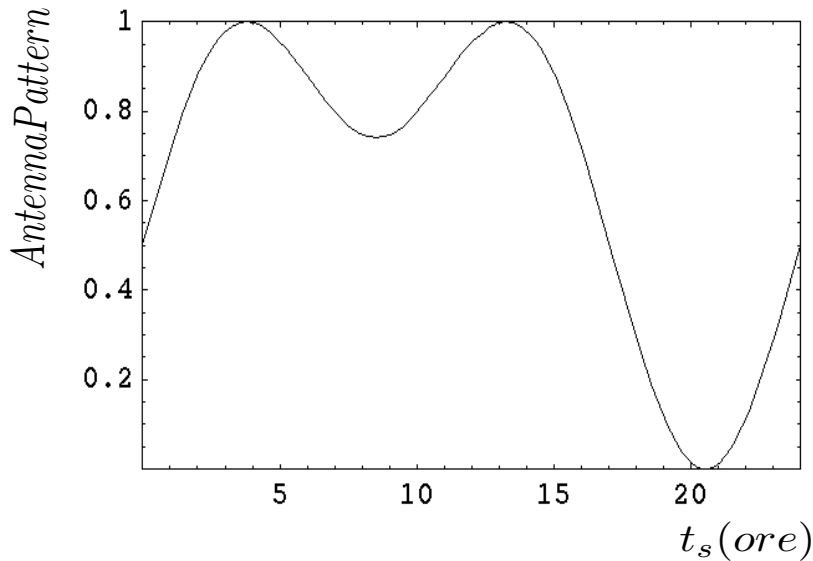


Figura 1.12: Antenna Pattern del rivelatore AURIGA per sorgenti localizzate nel Centro Galattico.

In Fig. (1.12) è riportata la figura di antenna di AURIGA per sorgenti poste nel Centro Galattico: come si può vedere si notano due massimi di risposta attorno alle ore sideree 4 e verso le ore 14, cioè nel momento di passaggio del centro

galattico sulla perpendicolare all'asse longitudinale della barra  $\sin^2 \theta = 1$ . Il minimo, nel caso del Centro Galattico, è compreso tra le ore 20 e 22 e coincide con il passaggio dello stesso lungo la direzione definita dall'asse longitudinale del rivelatore ( $\sin^2 \theta = 0$ ). Questa proprietà dei rivelatori di modulare il segnale in funzione del tempo sidereo, è molto importante in quanto permette di scorrelare il rumore sismico locale essendo questo non modulato dal tempo sidereo ma piuttosto dal tempo solare, rendendo quindi possibile la ricerca di segnale gravitazionale senza effettuare coincidenze con altri rivelatori (Weber, 1969; Baryshev and Paturel, 2001; Paturel and Baryshev, 2003; Paturel and Baryshev, 2003).

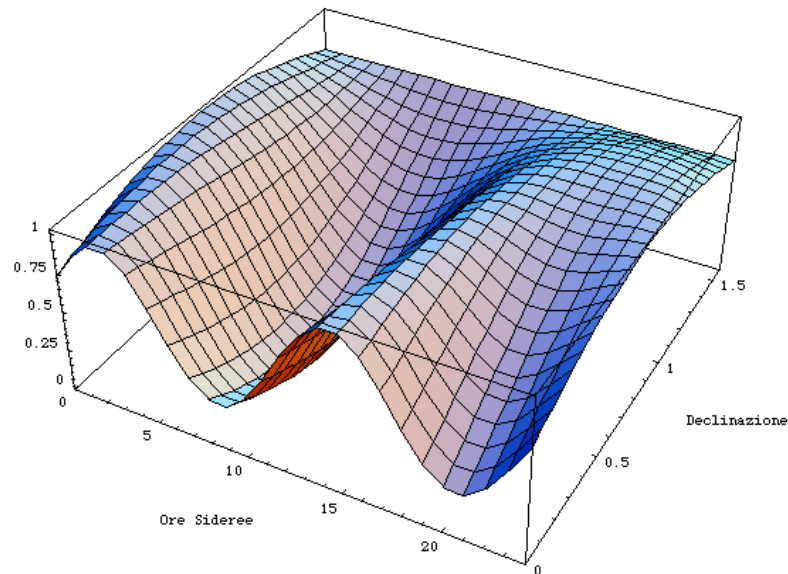


Figura 1.13: Antenna Pattern di AURIGA per sorgenti con ascensione retta  $\alpha = 266.05^\circ$

Bisogna inoltre dire che oltre alle sorgenti di onde gravitazionali impulsive, ci sono una varietà di sorgenti gravitazionali irrisolte che generano un background di onde gravitazionali. Una di queste componenti ha un'origine cosmologica: si tratta del background cosmico di onde gravitazionali, ma più in generale si tratta di sorgenti troppo deboli che si sovrappongono. Vogliamo ora ricavare la mappa del cielo della luminosità in onde gravitazionali partendo dall'output del rivelatore. L'output del rivelatore è la convoluzione di tre componenti (Cornish, 2002): la luminosità in onde gravitazionali del cielo, la funzione di trasferimento del rivelatore stesso e l'antenna pattern: il problema da risolvere è dunque la deconvoluzione di questo output. Questo è stato fatto per AURIGA da Liguori e Ortolan (2006). Si

ipotizza una distribuzione di luminosità stazionaria ma anisotropa in onde gravitazionali  $\mathcal{L}(\alpha, \delta)$ . La risposta del detector è data da  $\mathcal{F}(\alpha, \delta, \nu, t)$ , e quindi l'output è dato da

$$C(t, \nu) = \int_{S^2} \mathcal{L}(\alpha, \delta) \mathcal{F}(\alpha, \delta, \nu, t) d\Omega, \quad (1.36)$$

dove  $S^2$  è la sfera unitaria e  $d\Omega = \sin\alpha d\alpha d\delta$ . Bisogna quindi invertire (1.36) per estrarre l'informazione che ci serve, cioè  $\mathcal{L}(\alpha, \delta)$ , e per fare questo bisogna decomporre sia  $\mathcal{L}(\alpha, \delta)$ , sia  $\mathcal{F}(\alpha, \delta, \nu, t)$  in armoniche sferiche  $Y_{lm}(\alpha, \delta)$  e si trova

$$\mathcal{L}(\alpha, \delta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [q_l^m(\nu) \cos m\delta + p_l^m(\nu) \sin m\delta] P_l^m(\cos \alpha), \quad (1.37)$$

dove  $P_l^m(\cos \alpha)$  sono i polinomi di Legendre associati. Attraverso una simulazione, ipotizzando le sorgenti localizzate nel CG, si sono trovati i parametri  $p_l^m$  e  $q_l^m$  ottenendo quanto si vede nell'Fig. 1.14.

Per quanto riguarda l'antenna pattern è stato trovato invece

$$\mathcal{F}(\alpha, \delta, \nu, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [A_l^m(\nu, t) \cos m\delta + B_l^m(\nu, t) \sin m\delta] P_l^m(\cos \alpha). \quad (1.38)$$

Il risultato è mostrato in Fig. 1.15. Si noti che l'antenna pattern è esattamente ricostruita con i soli coefficienti  $l = 0, 2, 4$ , riflettendo in tal modo la natura quadrupolare delle onde gravitazionali. Inoltre sempre in 1.15 appaiono evidenti le direzioni corrispondenti al centro galattico e all'anticentro.

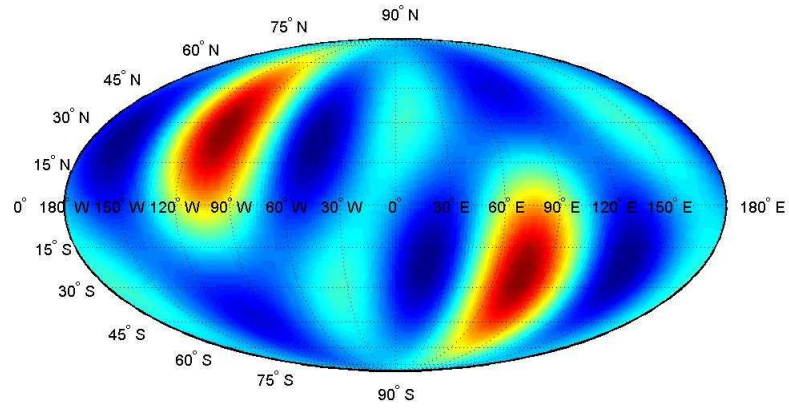


Figura 1.14: Mappa del cielo per sorgenti dal CG (Liguori and Ortolan, 2006)

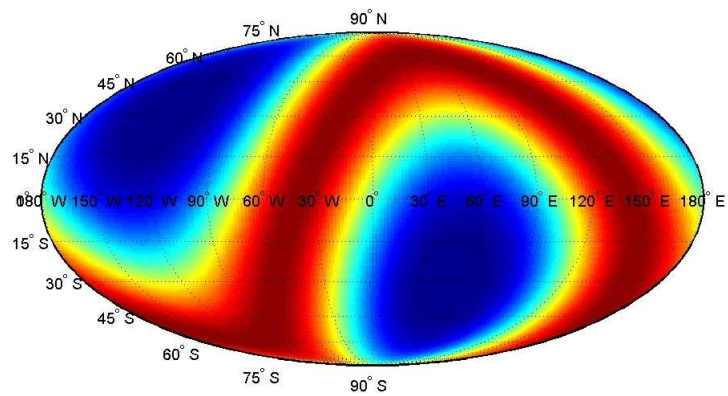


Figura 1.15: Antenna Pattern di AURIGA ricostruita (Liguori and Ortolan, 2006)

# Capitolo 2

## Sorgenti di onde gravitazionali

In questo capitolo descriveremo la nostra Galassia (una spirale di tipo Sb formata da circa 150 miliardi di stelle), in particolare la sua zona centrale, ricca di numerosi fenomeni astrofisici che potrebbero portare all'emissione di onde gravitazionali. Non ci soffermeremo sulle strutture classiche (bulge, disco, bracci e alone), ma descriveremo solamente quelle che si trovano nei pressi del centro galattico, in particolare della regione nominata *SgrA\**, dove si pensa sia localizzato un buco nero super massiccio. Descriveremo anche i lavori che hanno permesso di stimare l'esistenza di numerosi ( $\sim 10^4 - 10^5$ ) oggetti compatti nel parsec cubo attorno al centro galattico.

### 2.1 Il centro galattico

La regione centrale di una galassia è un oggetto estremamente interessante da studiare: densità stellare altissima, nuclei galattici attivi (AGN), buchi neri super massicci, quasar, etc. Per il fatto che il centro galattico della Via Lattea è almeno un centinaio di volte più vicino rispetto a quello della galassia esterna grande più vicina, esso è stato oggetto di numerosissimi studi e ricerche, che hanno permesso lo studio di fenomeni fisici con un dettaglio non raggiungibile nello studio, appunto, di galassie esterne. La regione centrale della nostra Galassia contiene in pochi anni luce densi cluster, regioni di formazione stellare e, soprattutto, un buco nero (black hole centrale) di circa  $3.6 \times 10^6 M_{\odot}$ . Fino a trent'anni fa però lo studio del centro galattico era limitato dall'assorbimento dovuto a polveri e gas interstellari situate sul piano lungo la linea di vista tra Terra e nucleo: le osservazioni nelle bande visibili, ultraviolette e soft-X ray erano praticamente impossibili. Dagli anni 70, grazie però ad una nuova classe di strumenti, sono possibili osservazioni di alta sensibilità e precisione in raggi  $\gamma$ , hard-X ray, infrarosso (IR) e radio. Grazie a queste osservazioni si sono potuti determinare alcuni elementi strutturali

che caratterizzano questa regione (Genzel et al., 1994; Morris, 2003; Alexander, 2005): una zona di qualche centinaia di parsec di raggio contenente dense nuvole molecolari immerse in un mezzo interstellare caldo abbastanza rarefatto permeato da forti campi magnetici, ammassi stellari di breve vita ( $< 10^9$  anni), un cluster di stelle di media età centrato attorno al nucleo, alcuni resti di supernova, un disco di gas che orbita attorno al centro a qualche parsec e appunto il black hole centrale che giace nel centro dinamico di tutta la regione.



Figura 2.1: Il centro galattico: immagine nell'infrarosso ripresa dallo Spitzer Space Telescope della NASA

Poichè il centro galattico non può essere studiato nel visibile, la componente stellare è stata studiata nel vicino infrarosso (Becklin and Neugebauer, 1975) da cui si è ricavato che la distribuzione stellare tra qualche arcosecondo e qualche grado scala circa con l'inverso della distanza  $R$  dal centro con un rapporto massa su luminosità nel vicino IR pari a  $\frac{M}{L}(1.2 - 1.8)\frac{M_{\odot}}{L_{\odot}}$ , la densità stellare va come  $\rho \sim R^{-2}$ . La temperature delle stelle che dominano questo tipo di emissione in IR è  $T_{eff} \sim 3000 - 4000K$ , mentre la luminosità è  $L \sim 10^2 - 10^4 L_{\odot}$  e in generale si

tratta di stelle giganti di massa compresa tra  $(0.8-5) M_{\odot}$  e di tipo spettrale K e M.

Già questa prima osservazione del 1968 mostrò l'esistenza di clusters di stelle irrisolte distribuite con un raggio che scala come  $r^{-1.8}$  in alcune centinaia di parsec. Questo regione viene chiamata **Nuclear Bulge** e si ritiene plausibile una densità massima pari a  $10^7 M_{\odot}/pc^3$  entro un raggio di core  $r_c \sim 0.06 pc$  (Alexander, 1999; Genzel et al., 2003). La storia del Nuclear Bulge è strettamente legata alla presenza della regione molecolare centrale, il cui tasso di formazione stellare può spiegare come esso sia stato popolato in un tempo di vita pari all'età della galassia. Le osservazioni hanno evidenziato che la formazione stellare della regione molecolare è in grado di spiegare la formazione del Nuclear Bulge. Oltre alle stelle di età intermedia che risiedono nel core del Nuclear Bulge, il parsec centrale contiene un giovane cluster molto luminoso dominato da stelle con linee di emissione (Krabbe et al., 1995; Paumard et al., 2001). La difficoltà nello stimare il raggio di core è proprio dovuta alla presenza di queste stelle. La massa totale del Nuclear Bulge è stimata in  $\sim 10^9 M_{\odot}$  entro  $100 pc$  e domina il potenziale gravitazionale al di fuori del parsec centrale.

Esiste poi un ammasso poco luminoso vicino a  $Sgr A^*$ , formato da giovani e massive stelle. Su questi ammassi torneremo più avanti.

Abbiamo già accennato all'esistenza di una **zona di gas molecolare**: ora la tratteremo in modo un po' più approfondito. Varie prove parlano di una massa per questa regione pari a  $5 \times 10^7 M_{\odot}$  distribuita in  $\sim 150 pc$  attorno al centro galattico. L'esistenza di nubi molecolari in questa zona, nonostante le intense forze mareali, si spiega solo con la grande densità delle nubi stesse e con un continuo infall di gas dalle regioni esterne: Guesten (1989) ha ricavato il valore per la densità di queste nubi affinché esse possano sopravvivere alle forze mareali :

$$n_c \geq 10^4 cm^{-3} \left(75 \frac{pc}{R}\right)^{1.8} \quad (2.1)$$

Solo le nubi con densità maggiore di  $n_c$  sono immuni alla viscosità e in alcuni casi questo avviene solo nelle regioni più interne. La regione molecolare risulta asimmetrica, nel senso che la maggior parte del gas giace a longitudini positive. Le nubi sono transienti in questa regione, perchè il loro momento angolare è perso a causa della frizione dinamica su scale di alcune centinaia di milioni di anni.

La regione molecolare risulta, come già detto, immersa in una diffusa regione di **gas caldo** a bassa densità che occupa la maggior parte del volume della zona centrale: questo viene rilevato dalle osservazioni X. Le recenti osservazioni effettuate con Chandra mostrano una diffusa emissione e un gran numero di sorgenti puntiformi, la maggior parte delle quali risultano essere binarie X. Grazie a Chandra è stata messa in dubbio anche l'ipotesi che l'emissione a 6-7 keV fosse dovuta

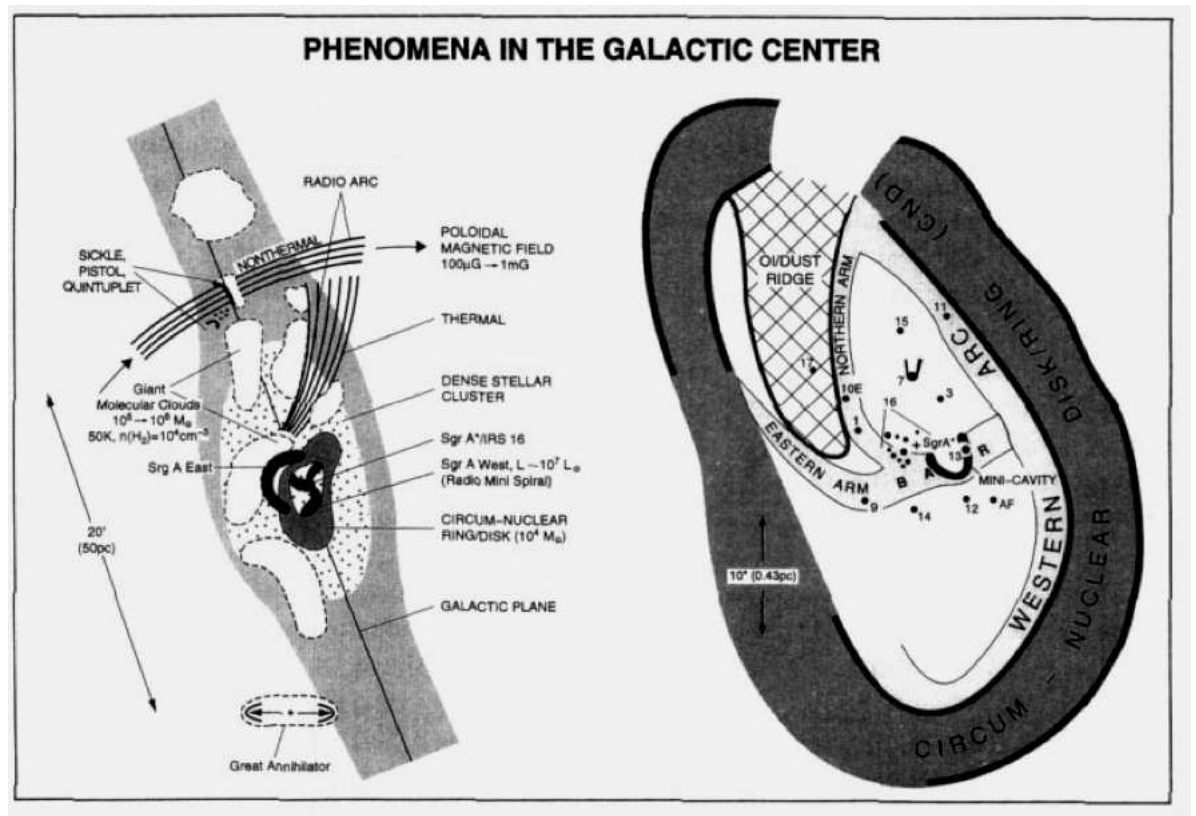


Figura 2.2: Vista schematica del centro galattico: a sinistra sono rappresentate le posizioni dei densi cluster stellari, delle nubi molecolari e dei radio archi. A destra abbiamo invece in particolare l'ingrandimento della regione compresa nel disco molecolare che circonda il nucleo della galassia

(Genzel et al., 1994)

a gas con temperatura  $\sim 10^8 K$ : infatti Wang et al. (2002) hanno trovato che la maggior parte di queste righe è prodotta da sorgenti discrete, probabilmente binarie strette. La temperatura del gas dovrebbe essere quindi di  $10^7 K$ , implicando che il gas è legato alla galassia ed escludendo di fatto un vento galattico che avrebbe spiegato la temperatura in precedenza ipotizzata.

Per quanto riguarda i **campi magnetici** del centro galattico, essi risultano particolarmente intensi rispetto a quanto misurato nel disco (si parla di milligauss contro qualche microgauss) e inoltre risultano particolarmente ordinati e caratterizzati da una geometria dipolare, mentre nel disco risulta una geometria toroidale. Per studiare questi campi si sono usati vari metodi osservativi: si è osservato l'effetto Zeeman nelle righe spettrali di OH e HI, si sono studiati la rotazione di Faraday dell'emissione radio di fondo e l'orientazione del vettore di polarizzazione dell'emissione termica dai grani di polvere magneticamente allineati; si sono poi studiate le emissioni di sincrotrone, da cui si sono ricavate informazioni sia sulle forma delle strutture emettitrici, sia sulla polarizzazione.

L'**emissione radio** dal centro galattico è stata scoperta già negli anni '30 da Jansky e da allora numerosi sono stati gli studi effettuati in questa banda non soggetta ad assorbimento. Ora grazie al Very Large Array (VLA) e al Very Long Baseline radio Interferometry (VLBI) abbiamo delle mappe radio di alta qualità che vanno da risoluzioni comprese tra il millisecondo d'arco e il primo d'arco. L'emissione radio del continuo alle lunghezze d'onda del centimetro e decimetro è dovuta a una serie di processi sia termici che non termici: emissione di sincrotrone da elettroni relativistici e bremsstrahlung. Un discorso a parte deve essere fatto per la sorgente Sagittarius A (SgrA): la più luminosa sorgente radio coincidente con il massimo della densità stellare. Essa può essere divisa in una componente non termica dovuta a sincrotrone delle dimensioni di circa  $1'$  chiamata SgrA East e in una componente principalmente termica chiamata SgrA West di dimensioni simili. Ad alta risoluzione risulta che SgrA West è composto da sottosistemi a filamento (che vengono chiamati Braccio Nord, Braccio Est, Arco Ovest) con una sorgente a spettro piatto al suo centro chiamata *SgrA\** (vedi una trattazione più diffusa al paragrafo 2.1.1) e da una emissione diffusa.

Queste strutture sono rappresentative di circa una dozzina di sistemi radio. Le componenti non termiche hanno alcune caratteristiche principali: l'emissione radio è radiazione di sincrotrone altamente polarizzata, con vettore di polarizzazione perpendicolare al filamento (questo indica che il campo è allineato con i filamenti stessi). I filamenti sono abbastanza lunghi e stretti (20-50 pc di lunghezza e 0.3-3 pc di spessore), sono poco deformati e incurvati e praticamente perpendicolari al piano. Il fatto che siano poco incurvati viene usato (Yusef-Zadeh and Morris, 1987) per dimostrare la grande rigidità dei campi magnetici: la forza del campo magnetico deve essere almeno dell'ordine del milligauss per resistere alle intera-

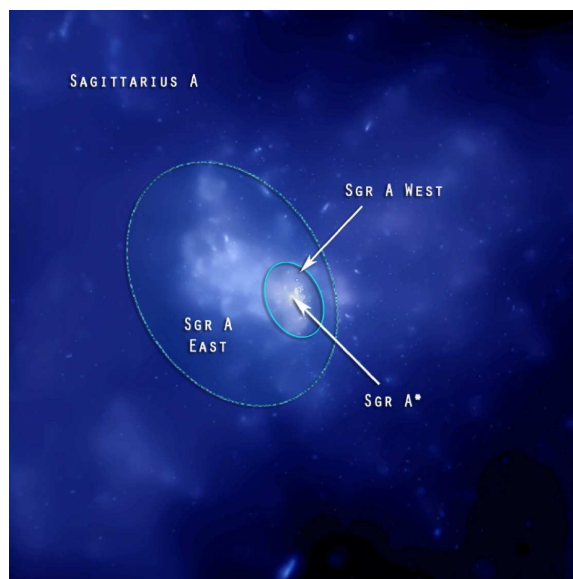


Figura 2.3: La regione di SgrA: sono indicati SgrA East, SgrA\*, SgrA West. Immagine ripresa dal telescopio Chandra. Ogni lato corrisponde a 8.4 minuti d'arco (NASA, Baganoff et. al.)

zioni con il mezzo interstellare. Questo però implica che questi filamenti debbano non essere isolati, visto che la pressione esercitata da un campo magnetico del genere confrontata con la pressione generata dal mezzo interstellare, li porterebbe ad esplodere. Il confinamento del campo è assicurato se il campo magnetico nei 150 pc centrali della galassia è diffuso e uniforme: in questo caso i filamenti rappresentano i luoghi in cui i campi magnetici sono illuminati dalla locale iniezione di elettroni relativistici, elettroni che sono costretti a diffondersi solo in modo parallelo alle linee del campo. Questi filamenti spiegano il campo magnetico nel mezzo interstellare. Nelle nubi molecolari, misure nel lontano infrarosso hanno mostrato un andamento abbastanza diverso, parallelo al piano galattico, ma con intensità abbastanza simili. Ma come si producono questi campi magnetici intensi? Per quanto riguarda la componente perpendicolare al piano, essa può essere prodotta da una lenta migrazione verso il centro di gas parzialmente ionizzato in cui si trova 'congelata' la componente verticale del campo magnetico protogalattico. inoltre, bisogna poi dire che tutte le osservazioni su larga scala indicano che la materia che accresce sul black hole centrale è altamente magnetizzata, e poichè la maggior parte della materia accresciuta proviene da stelle, questo implica che esse si siano formate recentemente in un substrato fortemente magnetizzato.

Abbiamo detto dell'esistenza di un **disco di gas molecolare** che circonda e

ruota attorno al black hole centrale. Questo disco ha una cavità interna di circa 1 pc all'interno della quale abbiamo gas ionizzato ma meno gas molecolare e un raggio stimato in 7 pc grazie allo studio delle righe molecolari; il fatto che sia poi inclinato di circa 60 gradi rispetto alla linea di vista e quindi al piano galattico, ci permette di studiare in modo migliore la componente stellare del pc centrale. L'emissione che ha permesso di scoprirlo è quella in vicino infrarosso, emissione dovuta al riscaldamento delle polveri causato dalle stelle estremamente calde nel cluster centrale. Il disco è poi caratterizzato da una curva di rotazione relativamente piatta che parte con una velocità di rotazione nell'anello più centrale pari a  $110 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  (su questi dati l'incertezza è forte in quanto molto dipende dall'inclinazione del piano di rotazione). Il disco è approssimativamente circolare, ma i bordi esterni sono fortemente irregolari, deviando fortemente dalla simmetria. Questi dischi sono caratteristici di numerose galassie spirali ricche di gas e con nuclei galattici attivi. L'Hubble Space Telescope (HST) ne ha osservate numerose trovando dischi molto più estesi, fino a 100 pc, anche se questo può essere dovuto ad un effetto di selezione. Nel caso della nostra galassia esso è ritenuto il principale candidato nel fornire materia per la formazione stellare. *SgrA West* è, invece, il nome dato a tutto il gas ionizzato e il plasma nella cavità centrale del disco circumnucleare. Come detto, nelle immagini radio e del vicino infrarosso si notano tre bracci, frutto probabilmente della sovrapposizione di più strutture più o meno indipendenti. Il braccio Nord e quello Est sembrano ospitare un flusso di gas, e la loro cinematica è stata modellata come, appunto, un gas che sta accrescendo sul black hole centrale su un'orbita fortemente eccentrica. Da questo si riesce a dedurre che su tempi scala piccoli (fino a  $10^4$  anni) almeno uno dei due bracci sarà autointeragente e formerà un anello all'interno della cavità del disco circumnucleare (Morris, 2003). Se i due bracci collideranno la dinamica sarà più complessa, ma comunque in entrambi i casi avverrà accrescimento sul black hole centrale, aumentando notevolmente il tasso di accrescimento attuale. Sull'origine di questi flussi di materia ci sono varie ipotesi: una instabilità magnetoidrodinamica nel limite interno del disco circumnucleare, collisioni di piccole nubi sempre con il disco circumnucleare e quindi infall a causa di perdita del momento angolare, etc.

Per quanto riguarda la formazione stellare nella zona molecolare centrale, bisogna dire che è molto diversa da quella delle altre parti della galassia, infatti in questa zona abbiamo cluster di stelle giovani, come ad esempio l' Arches Cluster, il Quintuplet Cluster e il cluster del pc centrale. Tutti questi cluster hanno età minori ai  $10^7$  anni e masse dell'ordine di  $10^4 M_{\odot}$ , caratterizzati da stelle molto massicce, con forti venti e con anche stelle di tipo Wolf-Rayet, variabili luminose blu e un grande numero di stelle di popolazione OB. La maggior parte di queste sono stelle che emettono le righe dell'elio a  $2.06 \mu\text{m}$ , righe che indicano forti venti

stellari.

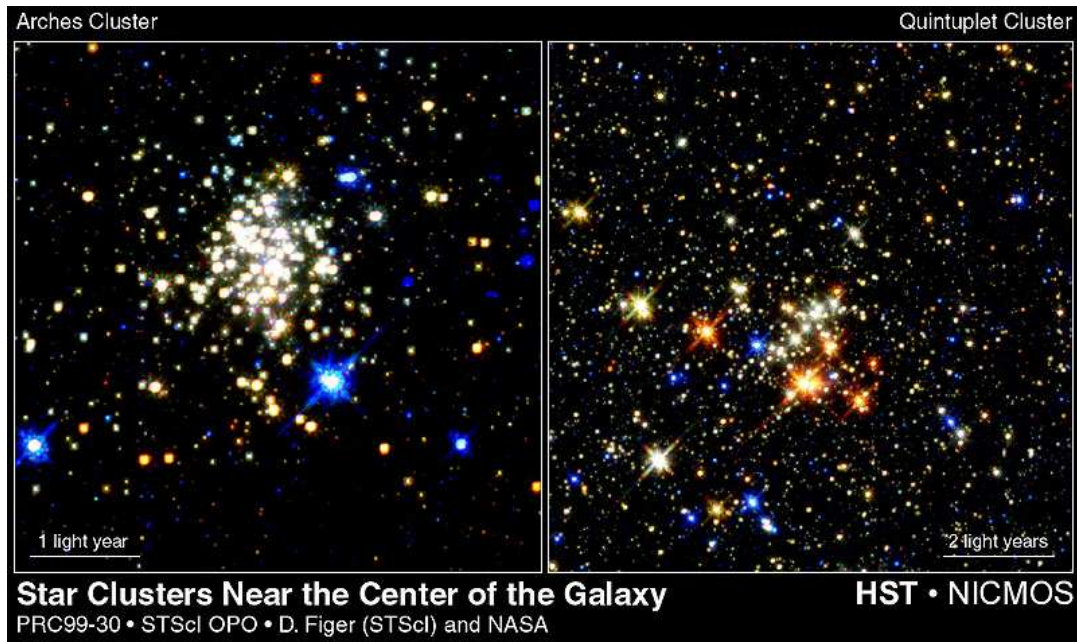


Figura 2.4: Arches Cluster e Quintuplet Cluster ripresi dall' Hubble Space Telescope

L' **Arches Cluster** è il più giovane e il più estremo, con le sue circa 160 stelle di tipo O e con una luminosità che supera le  $10^8 L_{\odot}$ . Grazie a questo campo di radiazione, il cluster controlla il riscaldamento locale e la ionizzazione del mezzo interstellare, rendendo la regione che lo circonda la più luminosa in infrarosso, oltretutto anche i filamenti ad arco visti in radio sono attribuibili a questo cluster. A causa delle forze mareali a cui è soggetto vista la vicinanza del centro galattico ( $\sim 40 pc$ ), la sua età non può essere maggiore di  $10^7$  anni. Anche la sua composizione stellare ne favorisce la breve vita: stelle di grande massa perdono velocemente massa con un tasso stazionario riducendo in questo modo il raggio di marea del cluster.

Per quanto riguarda il **cluster del parsec centrale**, esso non è soggetto a distruzione mareale in quanto non è un oggetto legato, ma consiste di gruppi di stelle massicce che sono soggette alla buca di potenziale creata dal black hole centrale. La giovinezza di queste stelle pone un problema su come sia siano formate, visto che l'ipotesi di segregazione di massa prevede tempi maggiori affinché le stelle arrivino qui, mentre la formazione in loco è resa problematica dalle forze mareali prodotte dal black hole centrale: questo è noto come paradosso delle stelle giovani. Alla distanza minima dove si osservano stelle con emissione di He, il limite

di Roche per la densità è  $10^4 - 10^5$  volte maggiore di quanto c'è di più denso vicino al centro galattico e non si capisce come possa essere il gas compresso a tale densità in una regione così turbolenta. Una possibilità è il rilascio istantaneo di energia meccanica a causa di un accrescimento sul black hole centrale centrale. Morris, Ghez and Becklin ((1999)) hanno ipotizzato che il disco circumnucleare sia una struttura stazionaria, alimentata dall'esterno e hanno ipotizzato che gli strati interni si muovano verso il black hole centrale a causa degli effetti di viscosità. Essi ritengono che tutti i venti stellari delle stelle giovani che si trovano nel pc centrale generino una pressione d'ariete su questi strati interni, pressione sufficiente a fermare la migrazione verso il black hole centrale. Quando però le stelle giovani finiscono la loro evoluzione, i venti cessano e gli strati interni precipitano verso il black hole centrale, generando un improvviso aumento del tasso di accrescimento, con un rilascio di energia esplosivo e la conseguente enorme compressione del disco circumnucleare nella regione interna. Questa compressione può essere tale da generare una nuova formazione stellare e quindi nuovi venti stellari che possono ripristinare l'equilibrio dinamico iniziale.

Alternativamente Gerhard (1996) ritiene che le giovani stelle siano parte di un cluster originariamente localizzato a qualche decina di parsec dal centro. Per il fatto che il tempo scala del cluster per spiraleggiare verso l'interno è inversamente proporzionale alla massa, un cluster abbastanza massiccio si muove nel pc centrale in tempi abbastanza lunghi. Gerhard trova un valore della massa necessaria per spiegare la presenza di stelle giovani pari a  $10^6 M_{\odot}$ .

Un altro fatto importante dovuto alla presenza di questi giovani cluster, è che il collasso del loro nucleo può spiegare la formazione di buchi neri di massa intermedia attraverso la coalescenza stellare. Buchi neri che col tempo sono portato a coalescere con il black hole centrale. Oltre ai cluster, sono state trovate numerose regioni HII in cui può avvenire formazione stellare.

*SgrAEast* è un apparente resto di supernova localizzato relativamente vicino al black hole centrale. Sul fatto che si tratti di un reale resto di supernova si è dibattuto molto, visto che le richieste energetiche sono molto grandi. Si pensa che sia il risultato del rilascio di energia dal black hole centrale, rilascio che potrebbe essere stato causato dalla distruzione mareale di una stella. Questo tipo di evento, che si prospetta avvenga una volta ogni  $10^4 - 10^5$  anni, consistente con la velocità di espansione di *SgrAEast* di  $10^4$  anni, provoca l'eiezione di metà della massa stellare all'interno di un angolo solido definito, ma con energia maggiore di quanto avviene per una semplice supernova; l'espansione seguente creerebbe una shell del tipo di *SgrAEast*. Recenti osservazioni sono state svolte grazie a Chandra, e la combinazione di queste immagini X con quelle radio già disponibili ha suggerito che esso sia un un guscio radio sferico che circonda una sorgente X continua compatta.

### 2.1.1 *SgrA\**

Nel 1971 Lynden-Bell and Rees (1971) ipotizzarono l'esistenza di un buco nero massiccio non attivo anche nel nucleo della maggior parte delle galassie non attive. La sorgente radio compatta non termica chiamata *SgrA\** al centro del core del cluster centrale è stata la prima sorgente associata al black hole centrale, in analogia con quanto avviene per le sorgenti radio nelle altre galassie. Anche le più recenti osservazioni hanno confermato la natura peculiare di *SgrA\**. Grazie alle ultime osservazioni con il VLBI a 7mm, si è ricavata la dimensione di questa sorgente, grande non più di qualche unità astronomica. Il moto proprio rispetto a un fondo di quasar è di almeno 5 volte più piccolo rispetto alla dispersione stellare. Le osservazioni spettroscopiche hanno messo in evidenza la probabile esistenza di un core radio compatto di  $\sim 10^{12} \text{cm}$ .

Le ultime mappe nel vicino infrarosso hanno evidenziato l'esistenza di una sorgente nelle prossimità di *SgrA\**, sorgente poi risolta in alcune sorgenti compatte singole: una di queste potrebbe essere la controparte ottica di *SgrA\**. In media queste sorgenti compatte hanno una magnitudine assoluta nella banda K di  $\sim -3$ . L'emissione X è considerata la firma di un black hole centrale, soprattutto se associata a rapida variabilità. Per quanto riguarda *SgrA\**, l'emissione è troppo debole: Watson, Willingale, Hertz and Grindlay (1981) hanno trovato infatti che a energie  $\leq 2.5 \text{keV}$  la luminosità corretta per l'estinzione stellare è solo qualche  $L_{\odot}$  e anche nei raggi X più energetici (tra i 2.5 e i 100 keV) l'emissione è solo qualche centinaio di  $L_{\odot}$  (per un black hole centrale di  $2.6 \times 10^6 M_{\odot}$  la luminosità bolometrica dovrebbe essere dell'ordine dei  $10^{44} \text{erg}$ , ma *SgrA\** ha una luminosità di soli  $10^{37} \text{erg}$ ). In X si è cercata una controparte del black hole centrale, grazie a vari satelliti. Con il satellite EINSTEIN è stata trovata una controparte di *SgrA West* (con una accuratezza di  $\pm 0.5'$ ), controparte che però il satellite ROSAT invece non ha trovato. ROSAT ha trovato in realtà un diffuso assorbimento, portando a ipotizzare che la sorgente possa essere fortemente assorbita dal gas circostante, oppure semplicemente che essa sia variabile. Altre osservazioni fatte con GRANAT, hanno trovato, invece, una sorgente localizzata a  $1'$  da *SgrA\**, ma la bassa risoluzione non permetteva di capire se l'emissione venisse da una sorgente singola o da più sorgenti. Con l'arrivo del satellite Chandra la sensibilità è aumentata e anche la risoluzione. Baganoff et. al. (2003) hanno monitorato *SgrA\**, ottenendo la prima spettroscopia nella banda 0.5- 7 keV con risoluzione pari al secondo d'arco dei  $17' \times 17'$  centrali, corrispondenti a una area di  $40 \text{pc} \times 40 \text{pc}$ . Grazie a queste osservazioni è stata trovata una controparte di *SgrA\** chiamata CXOGC J174540.0-290027, il cui flusso è  $\sim 2.4 \times 10^{33} \text{ergs}^{-1}$ . L'emissione risulta estesa, estensione che è compatibile con il raggio di accrescimento di Bondi per un black hole centrale di  $3.6 \times 10^6 M_{\odot}$ . Le osservazioni spettrali alle lunghezze d'onda del cm e mm mostrano uno spettro piatto con indice spettrale pari a 0.25, ma questo

spettro devia se si scende sotto il mm: questo si può spiegare o con una sorgente compatta autoassorbita o con un involucro di polveri. Proprio grazie a Chandra è stato possibile osservare fenomeni di rapida variabilità. Infatti durante osservazioni effettuate nell'arco di un paio di settimane per un totale di 164 ore, *Sgr A\** ha mostrato picchi nell'emissione X ripetuti. Le cause sono sconosciute, comunque la rapida variabilità fa pensare che i fenomeni siano accaduti al limite dell'orizzonte degli eventi. Pur essendo relativamente debole, l'emissione ha permesso una stima della massa del black hole centrale di  $\sim 3 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Fig. 2.5, sempre ripresa dal satellite Chandra, evidenzia l'esistenza di un getto di particelle lungo circa un anno luce che potrebbero essere state espulse in vicinanza dell'orizzonte degli eventi durante processi durati molti anni.

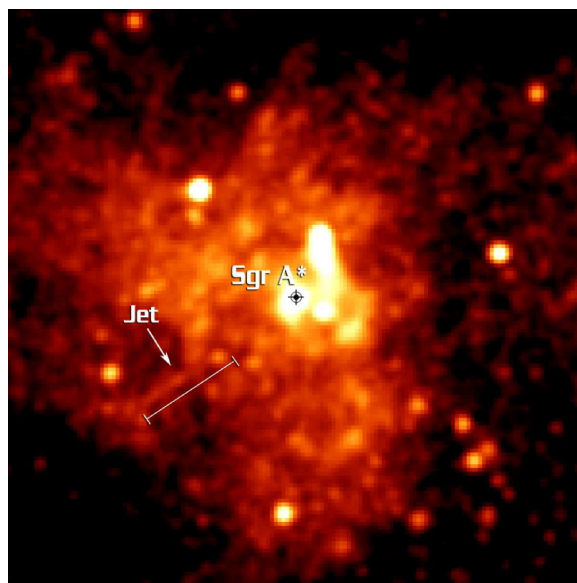


Figura 2.5: Il getto di particelle da *Sgr A\**, immagine ripresa dal satellite Chandra (NASA, Baganoff et al.)

Anche dallo studio della dinamica delle stelle e del gas si può provare a risalire alla massa del black hole centrale. La Fig. (2.6) mostra la massa in funzione del raggio.

Le stime dei vari parametri sono ricavate dalla dinamica del gas e della componente stellare, confrontate con la distribuzione di massa derivata dalla componente stellare luminosa (con un rapporto massa-luminosità costante  $M/L \sim 1$ ).

Fin dal 1992 il centro galattico è stato monitorato in IR, prima grazie al NTT di La Silla e poi con il VLT al Cerro Paranal. Grazie a queste osservazioni è stato possibile determinare i moti propri delle stelle del centro galattico, e in particolare



di stelle comprese in un raggio di 30 giorni luce attorno a  $SgrA^*$ . Grazie allo studio dei moti kepleriani di queste stelle è stato possibile determinare massa e posizione di  $SgrA^*$  in modo accurato (?).

Le orbite di queste stelle sono state determinate congiuntamente per poter meglio ricavare le proprietà del black hole centrale. La localizzazione del black hole centrale con  $SgrA^*$  è stata confermata con un'incertezza 8 volte minore rispetto alle precedenti determinazioni. Questi studi hanno permesso di determinare con precisione anche le dimensioni della sorgente e la densità nella regione. La dimensione risulta minore a 10 UA, mentre la densità è di almeno  $6.5 \times 10^9 M_\odot pc^{-3}$ , le stime sulla massa sono comprese tra i  $(2.6 - 3.6) \times 10^6 M_\odot$  che confermano anche le osservazioni in X di cui abbiamo appena parlato. In Tab. 2.1 riportiamo le migliori stime che sono state ricavate sul black hole centrale.

Dimensioni	$10^{12} \leq d \leq 5 \times 10^{13} cm$
Luminosità radio	$10^{0.4} L_\odot$
Luminosità X	$\leq 10^{2.4} L_\odot$
Massa	$(2.6 - 3.6) \times 10^6 M_\odot$

Tabella 2.1: Tabella riassuntiva delle principali caratteristiche del black hole al centro della nostra galassia

### 2.1.2 I dintorni di $SgrA^*$ : oggetti compatti.

Come già detto, la messa in orbita di nuovi satelliti ad alta sensibilità e risoluzione ha aperto un nuovo sguardo sul centro galattico. Munro et al. ((2004; 2005)), ad esempio, hanno usato le osservazioni di  $SgrA^*$  fatte da Chandra per scoprire sorgenti X transienti nei dintorni.

Il loro studio ha permesso di identificare ben 7 di queste sorgenti a una distanza  $< 1 pc$  da  $SgrA^*$ . Questo implica che la densità stellare nella sfera di 1 pc di raggio centrata su  $SgrA^*$  è pari a  $2 \times 10^6 M_\odot$ , mentre nella sfera tra 1 e 23 pc la densità è  $3 \times 10^7 M_\odot$ . Quindi avremmo una sovrabbondanza di un fattore 20 di X transienti brillanti a un pc da  $SgrA^*$ . Questa sovrabbondanza si nota anche nei core degli ammassi globulari e in questo caso la causa sembra essere dovuta a interazione a tre corpi tra stelle binarie e oggetti compatti, già presenti nel core per effetto della segregazione di massa. Se un processo avvenisse anche nel centro galattico potremmo avere  $\geq 10^4$  stelle di neutroni e black hole centrale di massa stellare solo nel  $pc^3$ .

Questo fatto è per altro ipotizzato anche da Miralda-Escudè e Gould (2000), i quali parlano addirittura di un cluster di venticinquemila black hole centrale

attorno al centro galattico. A questo risultato si giunge assumendo che la maggior parte delle stelle nella regione centrale siano vecchie e che stelle di massa  $1 - 8M_{\odot}$  formino nane bianche con  $0.6M_{\odot} - 30M_{\odot}$ , stelle con  $8 - 30M_{\odot}$  formino stelle di neutroni con  $1.4M_{\odot}$ , mentre stelle con  $\geq 30M_{\odot}$  formino buchi neri di  $7M_{\odot}$ . La frazione di buchi neri, sotto queste ipotesi, risulta essere del 1.6%, mentre il tempo di frizione dinamica risulta essere, per un raggio  $r_0 = 1.8pc$

$$t_{df,0} = 1.4 \times 10^9 \text{anni}. \quad (2.2)$$

L'alta massa di questi oggetti implica che il tempo che impiegano per muoversi a causa della frizione dinamica sia minore del tempo di Hubble. Questo tempo scala in modo diverso:

$$t_{df} = t_{df,0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/4} \quad (r < r_0) \quad (2.3)$$

$$t_{df} = t_{df,0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{17/8} \quad (r > r_0) \quad (2.4)$$

Sotto queste ipotesi si arriva ad avere un numero di buchi neri pari a  $\sim 2.4 \times 10^4$  che sono migrati verso *SgrA\**, formando un cluster.

## 2.2 Burst di Onde Gravitazionali

La grande densità di oggetti compatti in una regione così ristretta come il parsec cubo attorno al centro galattico ci permette di ipotizzare l'esistenza di una emissione stazionaria di onde gravitazionali, soprattutto se abbiamo a che fare con sorgenti compatte che emettono ripetuti burst. I meccanismi di emissione sono spiegati in seguito.

**Accrescimento su NS** Poichè spesso in astrofisica eventi che si ripetono sono collegati al fenomeno dell'accrescimento, come prima possibilità consideriamo una stella di neutroni (NS) che accresce. Un esempio di accrescimento su NS viene dai X-ray bursters, cioè NS che accrescono da un compagno (Shapiro and Teukolsky, 1983; Coccia et al., 2004). A causa del campo magnetico non abbastanza intenso la materia non viene incanalata attraverso i poli ma accresce con simmetria sferica. Ogni volta che uno strato di materia di un metro di spessore viene accresciuto (il tempo perchè ciò avvenga varia da qualche ora a qualche giorno in base alla stella) ha luogo un flash termodinamico che viene osservato come X-ray burst.

Riferendoci a questo esempio, possiamo cercare di capire se un fenomeno del genere in cui la struttura della NS viene cambiata a causa di un accrescimento stazionario possa o meno generare onde gravitazionali. Bisogna osservare che il rapporto massa-raggio di una NS dipende dall'equazione di stato, ma comunque

maggiore è la massa minore è il raggio. Quindi a causa dell'accrescimento il raggio di equilibrio diminuisce, ma poichè la NS ha una crosta rigida, questa decrescita non può avvenire in modo continuo. Il raggiungimento del nuovo raggio di equilibrio avviene quindi attraverso la rottura della crosta e al rilascio di una notevole quantità di energia. Questo avviene quindi ogni volta che uno strato sufficiente di materia è accresciuto.

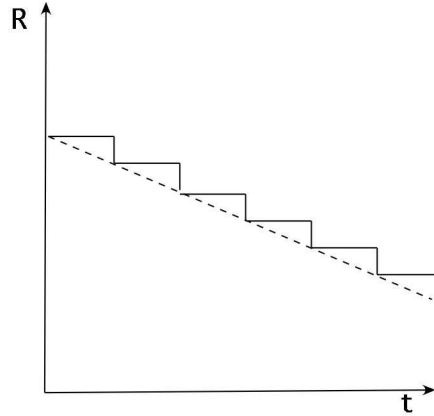


Figura 2.7: Evoluzione temporale del raggio di una stella di neutroni a causa dell'accrescimento

Bisogna però capire quanta energia viene rilasciata ogni volta e quanta di questa è sotto forma di onde gravitazionali. La perturbazione di una NS viene descritta in termini di perturbazione dei modi normali, modi normali che possono essere eccitati attraverso vari meccanismi: terremoti, rottura della crosta, accrescimento, etc. In particolare l'eccitazione dei modi quasi normali descritti dall'armonica sferica con  $l = 2$  è legata all'emissione di onde gravitazionali. Inoltre se la NS ruota, l'oscillazione radiale induce una variazione temporale del momento di quadrupolo e questo porta all'emissione di onde gravitazionali con un tempo scala di smorzamento (Marranghello et al., 2002)

$$\tau_{GW} = 1.8 \frac{M}{M_{\odot}} (P_{rot})^4 \left(\frac{1}{R}\right)^2 s \simeq 9 \frac{M}{M_{\odot}} (P_{rot})^4 \left(\frac{14 km}{R}\right)^2 ms \quad (2.5)$$

dove  $P_{rot}$  è il periodo di rotazione espresso in millisecondi.

Se  $P_{rot}$  è dell'ordine di qualche ms,  $\tau_{GW}$  è più piccolo del tempo scala di smorzamento dovuto alla viscosità e l'energia è irradiata principalmente sotto forma di onde gravitazionali.

La questione successiva è quanta energia è emessa ad ogni riassetamento della stella. La sorgente di energia è l'energia potenziale della NS. Come ordine di

grandezza troviamo, per una tipica NS (Coccia et al., 2004),

$$|U| \sim \frac{3}{5} \left( \frac{GM^2}{R} \right) = \frac{3}{10} \left( \frac{2GM/c^2}{R} \right) Mc^2 \sim 0.1 Mc^2. \quad (2.6)$$

Quindi possiamo scrivere la variazione dell'energia potenziale come:

$$\frac{\Delta U}{U} \sim 2 \frac{\Delta M}{M} - \frac{\Delta R}{R} \quad (2.7)$$

La dipendenza dal quadrato della massa si esplica nel fattore 2 nel primo termine a destra, mentre la variazione di  $R$  è trascurabile. Stimiamo quindi che, per valori tipici di una stella di neutroni, una massa accresciuta pari a  $\Delta M$ , l'energia irradiata sia pari a

$$E_{rad} \sim |\Delta U| \sim 0.2 \Delta M c^2.$$

Bisogna quindi stimare  $\Delta M$  e per fare questo consideriamo la pressione  $P$  esercitata da  $\Delta M$ , cioè

$$P = \frac{GM\Delta M}{R^2} \frac{1}{4\pi R^2}, \quad (2.8)$$

e la eguagliamo al massimo stress che la crosta può sopportare prima di rompersi  $S_{max}$ . Per fare questo consideriamo la composizione tipica della crosta: essa consiste principalmente di un lattice di metalli pesanti con un superfluido di neutroni che riempiono gli spazi internucleari. Il modulo di taglio sarà

$$\mu \lesssim 10^{30} \text{ dyn cm}^{-2} \quad (2.9)$$

nella regione della crosta più interna. Da studi empirici su materiali terrestri che possano ricordare questa struttura si è trovato che il massimo angolo di sforzo sopportato prima della rottura è dato da  $\theta_m \lesssim 10^{-2}$ , ma in questo contesto può essere rilevante anche un  $\theta_m \ll 10^{-2}$  ed è stato stimato (Smoluchowski and Welch, 1970) che nello strato più interno della crosta abbiamo

$$\theta_m \sim 10^{-5} - 10^{-3}.$$

Da questo si ricava che il massimo stress che una crosta di spessore  $l \simeq 1 \text{ km}$  può sopportare prima di rompersi è dato da

$$S_{max} \sim \frac{l}{R} \mu \theta_m \approx 2 \times 10^{26} \text{ erg cm}^{-3} \approx 10^{-28} M_{\odot} c^2 \text{ cm}^{-3} \quad (2.10)$$

in cui  $R$  è il raggio della NS e il valore numerico risulta in questo modo usando come densità della crosta il valore  $\sim 5 \times 10^{13} \text{ g cm}^{-3}$ . Prendendo quindi  $\frac{l}{R} \sim 0.1$  otteniamo

$$\Delta M \sim 4 \times 10^{-9} M_{\odot} \left( \frac{R}{14 \text{ km}} \right)^4 \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right) \left( \frac{\theta_m}{10^{-3}} \right) \quad (2.11)$$

$$\Delta E_{rad} \sim 8 \times 10^{-10} M_{\odot} c^2 \left( \frac{R}{14 km} \right)^4 \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right) \left( \frac{\theta_m}{10^{-3}} \right). \quad (2.12)$$

Usando i valori più favorevoli otteniamo

$$\Delta E_{rad} \sim 8 \times 10^{-8} M_{\odot} c^2$$

ma usando i più probabili otteniamo

$$\Delta E_{rad} \sim 8 \times 10^{-10} - 10^{-12} M_{\odot} c^2.$$

Un'altra possibilità data dalla rottura della crosta è che questo tipo di eventi piuttosto che generare onde gravitazionali dia il via a un processo che porta a cambiamenti strutturali interni alla NS, in particolare la transizione da un nucleo adronico a un nucleo composto da quark. In questa transizione, una NS di massa  $M \sim 1.5 M_{\odot}$  guadagna un'energia pari a  $0.15 M_{\odot}$ , energia che può eccitare i modi quasinormali ed essere liberata attraverso un burst di onde gravitazionali, con alta efficienza se la NS ruota velocemente. In realtà è più probabile che questa transizione di fase non avvenga in modo istantaneo, ma piuttosto ad ogni terremoto uno strato attorno al nucleo passi da adrone a quark, e ogni volta avvenga un piccolo burst che liberi una parte delle  $0.15 M_{\odot}$ .

**Soft Gamma Repeaters** I Soft Gamma Repeaters (SGR) sono sorgenti X con una luminosità costante dell'ordine di  $10^{35} - 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ . Occasionalmente emettono un burst di raggi  $\gamma$  con luminosità di  $10^{45} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$  della durata di 0.1 s. Ad esempio, SGR 1900+14 dopo anni di quiescenza, emise una serie di burst di piccola intensità che culminarono però in un flare gigante nell'agosto del 1998. Dopo quella data ha ancora emesso almeno mille burst di intensità minore, ma ancora rivelabili.

L'ultimo flare gigante osservato risale al 27 dicembre 2004, proveniente dalla sorgente SGR 1806-20. Su questo evento è stato possibile anche ottenere un limite superiore sull'emissione in onde gravitazionali, grazie proprio ad AURIGA (Baggio et al., 2005a; Baggio et al., 2005b).

Si ritiene che questi oggetti siano magnetar (Thompson and Duncan, 1995; Thompson and Duncan, 1996), cioè NS con campi magnetici  $\geq 10^{14} G$ : infatti il tipo di spettro, la luminosità del burst e anche il fatto che per tre di esse è stata trovata come controparte un resto di supernova giovane portano a questa conclusione. Si crede che il periodo della vita della magnetar compreso tra  $\sim 10^4 - 10^5$  anni sia la fase in cui si comporta come SGR: quando la NS si raffredda sotto una data soglia cessa l'attività di dissipazione del campo magnetico. La stella diventa quindi una *dead magnetar*, comunque sempre fortemente magnetizzata: questo suggerisce che una larga frazione di NS siano state magnetar, forse anche la metà.

Ma quale meccanismo permette di liberare tanta energia? I campi magnetici interni alla magnetar stressano fortemente la crosta, portando a una forte deformazione di taglio. Per campi magnetici  $\geq 10^{14}$  G lo stress indotto è tale da rompere la crosta; questo provoca l'istantaneo rilascio dell'energia immagazzinata sotto forma di raggi gamma soft. Il comportamento statistico di un SGR è molto simile a quello di un terremoto, seguendo la legge di Gutenberg-Richter. Vediamolo in dettaglio. Quanto già detto per le NS che accrescono è valido anche in questo caso: abbiamo un core superfluido e una crosta rigida dello spessore  $l \sim 1km$ . Il massimo stress che la crosta può sopportare è sempre

$$S_{max} \sim \frac{l}{R} \mu \theta_m \approx 2 \times 10^{26} \text{ erg cm}^{-3} \approx 10^{-28} M_{\odot} c^2 \text{ cm}^{-3}. \quad (2.13)$$

Esiste la possibilità che i campi magnetici del core si strutturino in tubi di flusso che terminano alla base della crosta con un campo medio  $B_q \approx 10^{15}$  Gauss. Questi 'tubi' sono però forzati a muoversi con il superfluido e questo genera uno stress sulla crosta interna dell'ordine di (de Freitas Pacheco, 1998)

$$S_B \approx \frac{B B_q}{8\pi} \quad (2.14)$$

in cui  $\mathbf{B}$  è il campo magnetico globale della magnetar. Se  $S_B \geq S_{max}$ , cioè  $B \geq 5 \times 10^{12} \frac{\theta_m}{10^{-2}}$  Gauss, la crosta può rompersi.

Con l'avanzare dello stress magnetico, la crosta può deformarsi o rompersi: in caso di rottura abbiamo un riscaldamento del mezzo e un rilascio istantaneo di fotoni. Una stima di questa energia è data da (de Freitas Pacheco, 1998)

$$E_{\gamma} = 1.2 \times 10^{42} f_s \left( \frac{B}{5 \times 10^{12}} \right)^2 f_M \text{ erg} \approx 1.2 \times 10^{-12} f_s \left( \frac{B}{5 \times 10^{12}} \right)^2 f_M M_{\odot} c^2 \quad (2.15)$$

in cui  $f_s$  rappresenta la frazione di superficie corrispondente alla faglia e  $f_M$  la frazione di energia magnetica dissipata nell'evento.

Oltre il rilascio di una frazione di energia magnetica sotto forma di fotoni di alta energia, vi sarà anche il rilascio dell'energia elastica immagazzinata nella crosta convertita in vibrazioni con frequenze dell'ordine del kHz. Questo tipo di vibrazioni possono eccitare i modi di oscillazioni non radiali, in particolare  $p$  ed  $f$  mode, che vengono smorzati con l'emissione di onde gravitazionali anche esse alla frequenza dei kHz.

Per burst normali si trova che l'energia rilasciata è dell'ordine dei  $10^{45} \text{ erg} \sim 5.6 \times 10^{-10} M_{\odot} c^2$ , che dipende solo dalla massima energia immagazzinata dalla crosta. Nei flare giganti, però si è trovato (Blaes et al., 1989; Ioka, 2001) che la configurazione di equilibrio è raggiunta solo dopo un rilascio di energia  $E_{tot} > 5.6 \times 10^{-8} M_{\odot} c^2$  ma si può arrivare fino a  $E_{tot} > 5.6 \times 10^{-6} M_{\odot} c^2$ . L'efficienza di emissione in onde gravitazionali può essere molto alta.

**Strange star** Altri possibili meccanismi di emissione sono dati dalla instabilità degli *r-mode* nelle stelle *strange*, cioè in quelle stelle dotate di un core formato da quark strange: infatti in una stella di questo tipo che accresce, l'evoluzione dell'ampiezza delle onde gravitazionali generate dagli *r-mode* nel primo anno di evoluzione, consiste in una serie di burst ripetuti su tempi scala di qualche ora o mese (Fig. 2.8).

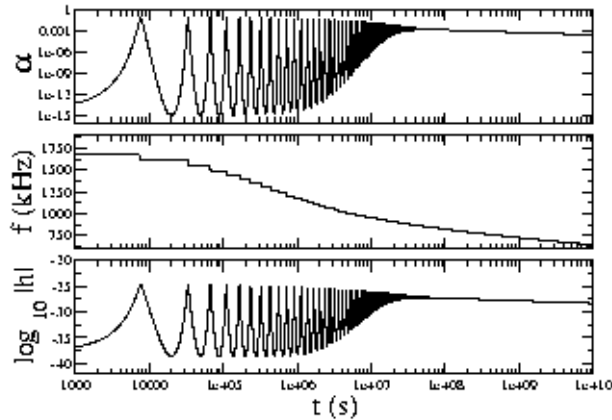


Figura 2.8: Evoluzione degli *r-mode* nel primo anno di evoluzione, evoluzione della frequenza delle onde gravitazionali e ampiezza delle onde gravitazionali per una sorgente nel Virgo cluster

(Andersson et al., 2002)

L'ampiezza delle onde gravitazionali è stimata da Anderson et al. (2002)

$$h \sim 2 \times 10^{-20} \alpha \left( \frac{1 \text{ kpc}}{r} \right) \left( \frac{M}{1.4 M_{\odot}} \right) \left( \frac{1 \text{ ms}}{P_{rot}} \right)^3 \left( \frac{R}{10 \text{ km}} \right)^3. \quad (2.16)$$

$\alpha$  indica l'ampiezza del *r-mode*, ampiezza che nel primo anno di evoluzione oscilla tra valori molto piccoli ( $10^{-15}$ ) fino a valori dell'ordine dell'unità: è proprio questa rapida variazione che dà origine ai burst di onde gravitazionali. Si tenga presente che però questi valori dipendono molto dai modelli usati e sono ancora particolarmente incerti.

### 2.2.1 Energetica

Per quanto riguarda l'energetica associata all'emissione di onde gravitazionali, consideriamo una onde gravitazionali con spettro di Fourier  $\tilde{h}_{+,\times}(\nu)$ , dove + e  $\times$  indicano le polarizzazioni. Allora l'energia irradiata per unità di superficie e di

frequenza è data da (Misner et al., 1973; Coccia et al., 2004):

$$\frac{dE}{dAd\nu} = \frac{\pi c^3}{2G} \nu^2 [|\tilde{h}_+(\nu)|^2 + |\tilde{h}_\times(\nu)|^2]. \quad (2.17)$$

In realtà il rivelatore non misura direttamente  $\tilde{h}_{+, \times}(\nu)$ , ma una combinazione  $\tilde{h}(\nu) = F_+ \tilde{h}_+(\nu) + F_\times \tilde{h}_\times(\nu)$ , in cui  $F_+$  e  $F_\times$  sono funzione dell'antenna pattern del detector:  $F_+ = \sin^2 \theta \cos 2\psi$ ,  $F_\times = \sin^2 \theta \sin 2\psi$ , in cui  $\theta$ ,  $\psi$  rappresentano rispettivamente l'angolo d'arrivo rispetto alla barra dell'asse e l'angolo di polarizzazione della onde gravitazionali, come già visto nel primo capitolo. Nella condizione migliore, cioè in quella in cui la barra è ortogonale al piano galattico,  $\sin^2 \theta = 1$  e, ammettendo che la sorgente emetta in modo non polarizzato, o meglio con polarizzazione casuale, mediando su  $\psi$  otteniamo:

$$\langle \tilde{h}^2(\nu) \rangle \sim \frac{1}{2} [|\tilde{h}_+(\nu)|^2 + |\tilde{h}_\times(\nu)|^2]. \quad (2.18)$$

Per questo avremo:

$$\frac{dE}{dAd\nu} = \frac{\pi c^3}{G} \nu^2 \tilde{h}^2(\nu). \quad (2.19)$$

Per quanto riguarda i burst, in generale noi assumiamo che  $\langle \tilde{h}(\nu) \rangle$  sia costante nell'intervallo compreso tra una frequenza minima  $\nu_{min}$  e una frequenza massima  $\nu_{max}$  e chiameremo questa costante  $\sigma_{\tilde{h}}$ . Allora, chiamando  $r$  la distanza della sorgente, assumendo isotropica l'emissione otteniamo che l'energia irradiata totale è data da

$$\Delta E_{rad} \simeq \frac{4\pi^2 r^2 c^3}{3G} \sigma_{\tilde{h}}^2 (\nu_{max}^3 - \nu_{min}^3) \quad (2.20)$$

dove  $\sigma_{\tilde{h}} \sim 1.4 \cdot 10^{-22} Hz^{-1}$ , per il rivelatore AURIGA.

Sotto queste ipotesi troviamo che

$$\Delta E_{rad} \simeq 5 \cdot 10^{-5} M_\odot c^2 \left(\frac{r}{8kpc}\right)^2 \left(\frac{\nu}{930Hz}\right)^3 \left(\frac{\sigma_{\tilde{h}}}{1.4 \cdot 10^{-22} Hz^{-1}}\right). \quad (2.21)$$

Altre ipotesi si possono fare sullo spettro di energia di eventi di tipo impulsivo generati da sorgenti del tipo di quelle riportate nella sezione 2.2 (Dubath et al., 2005). Quei tipi di fenomeni, infatti, sono tutti caratterizzati dal rilascio istantaneo di energia a causa di un agente esterno che porta il sistema a una soglia critica. Per questo, si possono fare analogie con sistemi simili sulla Terra, tipo i terremoti. Infatti la legge di Gutenberg-Richter dei terremoti ci dice che il numero di eventi  $N(E)$  che rilascia energia  $E$  ha una distribuzione a legge di potenza del tipo

$$dN(E) \sim E^{-\gamma} dE, \quad (2.22)$$

con indice che per varie regioni sismiche è approssimativamente lo stesso  $\gamma \sim 1.6 \pm 0.2$ . L'analogia con i terremoti terrestri è stata verificata sperimentalmente prima con la sorgente SGR1806-20. Studiando 111 eventi prodotti da questo soft gamma repeater, si è trovata la stessa distribuzione, ma con  $\gamma = 1.66$ . In seguito ulteriori studi di SGR1627-41 e, attraverso i satelliti BATSE e RXTE, di SGR1900-14, hanno confermato questi risultati (Cheng et al., 1996; Woods et al., 1999; Göğüş et al., 2000; Hurley et al., 1999). Quindi, con  $10^3$  eventi, si è trovato  $\gamma = 1.66 \pm 0.05$ , valore trovato anche in simulazioni al computer.

Il problema maggiore, anche in questo caso, è lo scarso numero di eventi : in particolare sarà impossibile confrontare la distribuzione (2.22) con la distribuzione sperimentale a causa del sottocampionamento. Per ovviare a questo problema si considera allora il numero di eventi con energia maggiore di  $E$ :

$$N(> E) = \int_E^\infty dE' \frac{dN}{dE'}. \quad (2.23)$$

Quindi se abbiamo uno spettro a legge di potenza, avremo

$$N(> E) \sim E^{-k}, \quad k = \gamma - 1. \quad (2.24)$$

Se invece lo spettro fosse esponenziale, allora

$$N(> E) \sim \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right). \quad (2.25)$$

Essendo l'andamento delle due distribuzioni diverso soprattutto alle alte energie, per questo sono proprio gli eventi più energetici che permetteranno di distinguerle.

**Limiti superiori sulla massa convertita in onde gravitazionali nella galassia.** Ovviamente se abbiamo a che fare con un tasso stazionario di burst di onde gravitazionali, questo provoca una perdita di massa della Galassia stessa. Possiamo ipotizzare che il tasso di perdita di massa si sia mantenuto più o meno costante in tutta la storia della Galassia, quindi possiamo considerare gli effetti cumulativi su un periodo pari all'età della galassia stessa: questo implica che eventuali effetti a questa perdita di massa abbia effetti sulla dinamica galattica. Di seguito riassumiamo come si possono studiare questi effetti (Dubath and Maggiore, 2006; Coccia et al., 2004).

- *Velocità radiale delle stelle.* La perdita di massa della Galassia fa sì che le stelle siano col tempo sempre meno legate e quindi acquisiscano una componente di velocità radiale  $v_r$  rispetto al sistema di riferimento della Galassia.

Per la dinamica della Galassia, a causa della rotazione differenziale, la  $v_r$  è data dalle formule di Oort

$$v_r = AR \sin 2l, \quad (2.26)$$

dove  $R$  è la distanza del Sole  $A = (-1/2)(R \frac{d\omega}{dR})_{\odot}$  è la costante di Oort e  $l$  la longitudine galattica. La perdita di massa, come abbiamo, detto entra quindi come un termine aggiuntivo in (2.26):

$$v_r = AR \sin 2l + KR, \quad (2.27)$$

con  $K = -\frac{\dot{M}}{M}$ . Si è trovato in questo caso

$$-\dot{M} < O(30) \frac{M_{\odot}}{yr}.^1 \quad (2.28)$$

- *Moto esterno del Local Standard of Rest (LSR)*. In questo caso, al posto di osservare il moto di singole stelle come fatto precedentemente, consideriamo il moto di insieme di queste stelle che si riflette sul LSR. Per fare questo il miglior metodo è studiare la riga a 21 cm dell'idrogeno in direzione del centro galattico. Questo studio mostra che il gas ha una velocità radiale media lungo la linea di vista di  $v_{los} = -0.23 \pm 0.06 km/s$ . Il gas si trova probabilmente a circa 1-2 kpc dal centro galattico mentre da (2.27) si vede come, da una espansione radiale dovuta alla perdita di massa,  $v_r \sim r$ , dove  $r$  è la distanza radiale dalla dal centro galattico. Quindi ci si deve aspettare una differenza in velocità tra la posizione del Sole e quella del gas data da

$$\Delta v_r = \left(-\frac{\dot{M}}{M}\right) \Delta r \quad (2.29)$$

dove  $\Delta r \sim 6 kpc$  è la distanza tra il Sole e il gas assorbente. Si ottiene quindi, come limite sulla massa persa

$$-\dot{M} < O(0.5) \frac{M_{\odot}}{yr}. \quad (2.30)$$

- *Ammassi globulari*. Anche dallo studio degli ammassi globulari si sono ricavati limiti sulla massa persa, infatti se in passato la galassia fosse stata molto più massiccia, le loro orbite sarebbero state molto più strette, fino a provocare una interazione con il nucleo super massiccio e quindi una distruzione dell'ammasso stesso. Si ricava quindi

$$-\dot{M} < O(10) \frac{M_{\odot}}{yr}. \quad (2.31)$$

---

<sup>1</sup>Per  $O(n)$  intendiamo un numero dell'ordine di  $n$ .

- *Stelle binarie vecchie.* L'esistenza di stelle vecchie binarie con orbite larghe impone anche esso un limite sulla massa persa: infatti un nucleo galattico molto più massiccio avrebbe imposto orbite molto più strette, con conseguente aumento degli incontri ravvicinati tra questo tipo di stelle e conseguentemente un tempo di dissoluzione del legame molto più breve. Si trova quindi

$$-\dot{M} < O(10) \frac{M_{\odot}}{yr}. \quad (2.32)$$



# Capitolo 3

## Analisi dei dati

In questo capitolo riporteremo i risultati ottenuti con l'analisi dei dati raccolti dal rivelatore AURIGA nel periodo compreso tra Maggio e Novembre 2005 .

### 3.1 Le sorgenti di rumore

Prima di parlare dell'analisi vera e propria si deve parlare del rumore del rivelatore e delle metodologie usate per ridurre al minimo queste interferenze.

Come sappiamo i segnali gravitazionali sono molto rari ed estremamente deboli, quindi i dati misurati all'uscita del rivelatore sono principalmente dovuti al rumore intrinseco del rivelatore stesso. Questo tipo di rumore si divide in rumore a banda larga e rumore a banda stretta.

Il rumore a banda larga è dovuto principalmente all'amplificatore e in particolare all'agitazione termica dei suoi componenti resistivi. Questo fa sì che si tratti di rumore bianco nella banda di rivelazione.

Il rumore a banda stretta, che si concentra invece in prossimità dei modi normali di oscillazione del rivelatore, è dovuto principalmente a due contributi:

- *rumore termico* dovuto al moto browniano legato alla temperatura della barra e della catena di trasduzione;
- *rumore di backaction* dovuto all'amplificatore che agisce sui mezzi risonanti: esso equivale ad un innalzamento della temperatura termodinamica dei modi del sistema.

Ovviamente entrambi questi rumori limitano la sensibilità del rivelatore. Determinando la banda ottima per la ricerca del segnale gravitazionale, come già visto nella figura 1.7 dove è riportata la densità spettrale  $S_{hh}(\omega)$  della potenza del rumore equivalente all'ingresso del rivelatore e di cui parleremo tra poco.

Oltre a questo rumore di origine interna al sistema dato dalla generalizzazione del teorema di Nyquist (Papoulis, 1971) sono presenti anche rumori non modellabili come fluttuazioni spontanee del sistema. Essi sono indicati come *segnali spuri* in quanto possono avere caratteristiche simili a un segnale gravitazionale essendo invece di origine ambientale, e sono dovuti a varie cause:

- perdita di carica istantanea del trasduttore capacitativo;
- interferenze elettromagnetiche sulle linee di trasmissione dei segnali;
- schermaggio non perfetto del trasformatore superconduttore del dc-SQUID;
- raggi cosmici che attraversano la barra;
- attività sismica della piattaforma su cui poggia il rivelatore;
- segnali acustici.

Per rivelare un segnale gravitazionale è dunque necessario separare i segnali dal rumore intrinseco (attraverso appositi algoritmi) e quindi tra i segnali quelli spuri da quelli effettivamente dovuti alle onde gravitazionali. Bisogna inoltre dire che il rivelatore non è considerato in misura nel momento in cui, a priori, è possibile determinare la presenza di segnali non gravitazionali dovuti all'attività umana, ad esempio lavori di manutenzione, oppure a segnali rivelati dai canali ausiliari come sismografi, accelerometri, sonde elettromagnetiche, sonde della rete di alimentazione e microfoni. Per questo tipo di problema è implementato un algoritmo che prevede di imporre veti temporali sui dati registrati.

**Schema a blocchi.** Ci concentreremo ora sul rumore intrinseco del sistema.

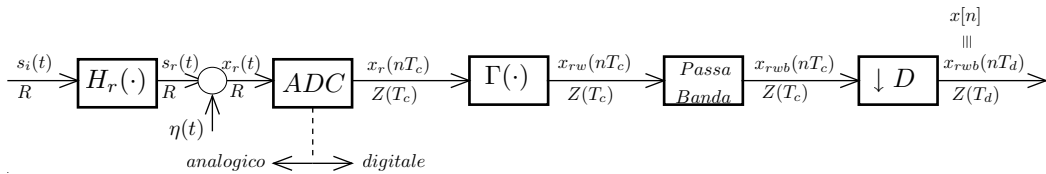


Figura 3.1: Schema a blocchi del sistema di rivelazione.

Un rivelatore generico a barra risonante come AURIGA, può essere schematizzato in blocchi: nella figura 3.1 vediamo questa schematizzazione, con in successione:

- funzione di trasferimento + catena di trasduzione;

- convertitore analogico/digitale;
- filtro sbiancante  $\Gamma(\cdot)$ ;
- filtro passa banda;
- decimatore.

**Funzione di trasferimento.** Analizziamo innanzitutto la funzione di trasferimento. Il rivelatore risulta formato da barra, trasduttore, risonatore elettrico, amplificatore. Essendo valida per rumore e segnale gravitazionale l'ipotesi di piccoli segnali, il sistema è linearizzabile attorno al suo punto di lavoro. Il segnale in uscita dal rivelatore è elettrico, quindi, matematicamente, può essere interpretato come componenti elettriche equivalenti. Risolvendo lo schema elettrico equivalente, si ottengono sia la funzione di trasferimento del segnale  $H_r(\omega)$ , sia un modello per il rumore  $\eta(t)$  all'uscita del rivelatore. In generale si trova, che indipendentemente dall'amplificatore e dai filtri analogici impiegati, nella banda utile, la funzione di trasferimento può essere approssimata come

$$H_r(\omega) = H_0(\omega) \frac{(i\omega)^{N_p}}{\prod_{k=1}^{N_p} (i\omega - p_k)(i\omega - p_k^*)}. \quad (3.1)$$

Qui,  $N_p$  rappresenta il numero di poli che coincide con il numero di oscillatori presenti nel sistema. La posizione nel piano complesso del  $k$ -esimo polo è legata alla pulsazione caratteristica  $\omega_k$  e al fattore di merito  $Q_k$  del rispettivo oscillatore da:

$$p_k = i\omega_k - \frac{\omega_k}{2Q_k}. \quad (3.2)$$

AURIGA possiede tre modi dovuti a due oscillatori meccanici e a un oscillatore elettrico.

L'acquisizione dei dati avviene mediante un convertitore analogico/digitale (ADC) perchè migliore è il rapporto segnale rumore e più facile è la possibilità di memorizzazione e analisi.

**Rumore e filtro sbiancante.** Passiamo ora al filtro sbiancante. A causa del contributo browniano e di backaction il rumore equivalente a tempo continuo all'uscita del rivelatore  $\eta(t)$  è colorato e bisogna sbiancarlo. Per fare questo si usa un filtro sbiancante digitale nel dominio del tempo discreto. Per semplicità consideriamo il caso in cui il filtro sbiancante sia implementato prima del convertitore ADC. Per progettare il filtro sbiancante  $\Gamma(\omega)$  bisogna innanzitutto sapere la densità spettrale  $S_\eta(\omega)$  della potenza del rumore all'uscita del rivelatore che si ottiene risolvendo il circuito equivalente come già detto.  $S_\eta(\omega)$  ha gli stessi poli

complessi coniugati  $p_k$  e  $p_k^*$  della funzione di trasferimento del rivelatore (3.1), ma in più ha anche i poli  $-p_k$  e  $-p_k^*$ , in quanto è funzione reale di  $\omega^2$ . Soddisfacendo la condizione di Paley-Wiener (Papoulis),  $S_\eta(\omega)$  è anche fattorizzabile, calcolando ad esempio i residui  $S_{p_k}$  nei poli  $p_k$ :

$$S_{p_k} = \lim_{i\omega \rightarrow p_k} (i\omega - p_k) S_\eta(\omega) \quad (3.3)$$

e facendo poi il minimo comune multiplo dello sviluppo in frazioni parziali:

$$S_\eta(\omega) = \sum_{k=1}^{N_p} \left( \frac{S_{p_k}}{i\omega - p_k} - \frac{S_{p_k}}{i\omega + p_k} + \frac{S_{p_k}^*}{i\omega - p_k^*} - \frac{S_{p_k}^*}{i\omega + p_k^*} \right) + S_0. \quad (3.4)$$

Da quest'ultima si vede che  $S_\eta(\omega)$  può essere scritta come un contributo costante  $S_0$  dovuto al rumore a banda larga all'uscita dal rivelatore più i contributi di rumore a banda stretta dovuti ai modi del sistema. Fattorizzando otteniamo infine:

$$S_\eta(\omega) = L(\omega)L(-\omega) = S_0 \prod_{k=1}^{N_p} \frac{(i\omega - q_k)(i\omega + q_k)(i\omega - q_k^*)(i\omega + q_k^*)}{(i\omega - p_k)(i\omega + p_k)(i\omega - p_k^*)(i\omega + p_k^*)}. \quad (3.5)$$

Gli zeri complessi  $\pm q_k$  e  $\pm q_k^*$  sono in numero uguale ai poli  $\pm p_k$  e  $\pm p_k^*$  per il fatto che quando  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $S_\eta(\omega) \rightarrow S_0$ . Il filtro formante è quindi:

$$L(\omega) = S_0^{1/2} \prod_k \frac{(i\omega - q_k)(i\omega - q_k^*)}{(i\omega - p_k)(i\omega - p_k^*)} \equiv S_0^{1/2} \frac{N_\eta(\omega)}{D(\omega)}, \quad (3.6)$$

il filtro sbiancante è invece dato da:

$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{L(\omega)} = S_0^{-1/2} \frac{D(\omega)}{N_\eta(\omega)} = S_0^{-1/2} \prod_k \frac{(i\omega - p_k)(i\omega - p_k^*)}{(i\omega - q_k)(i\omega - q_k^*)}. \quad (3.7)$$

Consideriamo quindi in successione la funzione di trasferimento  $H_r(\omega)$  e il filtro sbiancante appena ottenuto  $\Gamma(\omega)$ : si vede subito come si ha la cancellazione dei poli della funzione di trasferimento con gli zeri del filtro sbiancante, ottenendo quindi una semplificazione della funzione di trasferimento:

$$\begin{aligned} H_w(\omega) &= H_r(\omega)\Gamma(\omega) = \frac{H_0}{D(\omega)} \frac{S_0^{-1/2} D(\omega)}{N_\eta(\omega)} = \\ &= \frac{H_0 S_0^{-1/2}}{N_\eta(\omega)} = \\ &= H_0 S_0^{-1/2} \prod_{k=1}^{N_p} \frac{1}{(i\omega - q_k)(i\omega - q_k^*)}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

dove  $q_k$  e  $q_k^*$  sono poli del filtro sbiancante.

Alla risposta in frequenza  $H_w(\omega)$  corrisponde una risposta impulsiva data da:

$$h_w(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sum_{k=1}^{N_p} R_{q_k} e^{q_k t} + R_{q_k^*} e^{q_k^* t} & t > 0, \end{cases} \quad (3.9)$$

dove  $R_{q_k}$  sono i residui della funzione di trasferimento  $H_w(\omega)$ , dati da:

$$R_{q_w} = \lim_{i\omega \rightarrow q_k} (i\omega - q_k) H_w(\omega). \quad (3.10)$$

## 3.2 Analisi di tempo siderale

Il metodo usuale utilizzato nella ricerca di segnali gravitazionali consiste nella ricerca di coincidenze tra più rivelatori. Infatti, tutti gli eventi spuri sono di origine locale e quindi facilmente scorrelabili nel caso di analisi in coincidenza con altri rivelatori. A questo scopo è nato il consorzio IGEC (International Gravitational Event Collaboration), una collaborazione internazionale tra i gruppi di ricerca dei rivelatori ALLEGRO, AURIGA, EXPLORER, NAUTILUS, NIOBE.

Un'altra possibilità consiste in un'analisi che si basa sul tempo siderale, come già accennato nel primo capitolo. Il vantaggio di questo metodo è che il rumore non è correlato con il tempo sidereo mentre il segnale gravitazionale proveniente da un certo numero di sorgenti risente della modulazione dovuta all'antenna pattern del rivelatore che dipende proprio dal tempo sidereo (Paturel and Baryshev, 2003; 2003a). In questo lavoro di tesi abbiamo quindi effettuato un'analisi di questo tipo.

Considerando il fatto che sempre più articoli prospettano nel parsec cubo centrale della nostra galassia la presenza di numerosi oggetti compatti, come detto nel capitolo precedente, abbiamo ritenuto plausibile la possibilità che burst di onde gravitazionali qui si generino. Noi ci proponiamo di analizzare segnali provenienti dal centro galattico e con tempi di arrivo modellabili come un processo di Poisson uniforme sfruttando la particolarità dell'antenna pattern di AURIGA. Come si vede dall'equazione (1.35) l'antenna pattern (calcolata mediando su tutte le possibili polarizzazioni delle onde gravitazionali) dipende dal tempo siderale. Il nostro metodo di analisi è quindi consistito nel prendere in considerazione tutti gli eventi (anche quelli spuri) entrati nel rivelatore AURIGA. A questo punto, una volta definita la soglia del sistema, il nostro scopo era confrontare le distribuzioni di questi eventi a ore sideree diverse e in particolare confrontare le distribuzioni riferite alle ore del minimo dell'antenna pattern, cioè quando nessun tipo di evento gravitazionale proveniente dal centro galattico può essere stato registrato (abbiamo quindi a che fare con eventi di background, cioè sorgenti di rumore non modellato), con le ore dei massimi di risposta del rivelatore. Infatti come si può vedere dall'Fig. 1.12,

il rivelatore AURIGA ha due massimi di risposta per sorgenti del CG attorno alle ore sideree 4 e 14 e un minimo compreso tra le ore 20 e 22. Collezionando almeno 100 giorni di dati, il conteggio cumulativo degli eventi registrati dovrebbe quindi mostrare due picchi corrispondenti ai due massimi dell'antenna pattern. Il confronto tra le distribuzioni in queste ore peculiari ci può dire se siamo in presenza di segnale gravitazionale oppure solo di eventi spuri.

### 3.2.1 Il test di Kolmogorov-Smirnov

Abbiamo quindi scelto come test statistico atto a determinare la compatibilità o meno delle distribuzioni il test di Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951; Press et al., 1992). Questo tipo di test si applica alle distribuzioni che sono funzioni di una singola variabile, cioè a quei set di dati in cui ogni punto può essere associato a un singolo numero. In questi casi, quindi, si possono convertire le distribuzioni in distribuzioni cumulative e associare ad esse una funzione  $S_N(x)$ . Dati  $N$  eventi localizzati a certi valori  $x_i = 1, \dots, N$ ,  $S_N(x)$  è la funzione che ci da la frazione di punti a sinistra del valore  $x$ . Questa funzione è costante tra  $x_i$  consecutivi e inoltre varia dello stesso valore costante  $1/N$  ad ogni  $x_i$ . Ovviamente differenti distribuzioni danno differenti distribuzioni cumulative. Il test di Kolmogorov-Smirnov misura quindi la massima differenza assoluta tra due distribuzioni cumulative, differenza definita in questo modo:

$$D = \max_{-\infty < x < +\infty} |S_{N_1}(x) - S_{N_2}(x)|. \quad (3.11)$$

Per il calcolo della significanza del test entra in gioco la funzione monotona

$$Q_{KS}(\lambda) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} e^{-2j^2\lambda^2}, \quad (3.12)$$

con valori limite  $Q_{KS}(0) = 1$  e  $Q_{KS}(\infty) = 0$ .

In termini di questa funzione il livello di significanza per un valore osservato  $D$  (come falsificazione dell'ipotesi nulla che le distribuzioni siano le stesse) è data approssimativamente da

$$P_{KS}(D > D_o) = Q_{KS}([\sqrt{N_e} + 0.12 + 0.11/\sqrt{N_e}]D). \quad (3.13)$$

Pur essendo l'eq. 3.13 solo una approssimazione valida per  $N \gg 1$ , il test di Kolmogorov-Smirnov può essere usato già per insiemi con  $N > 5$ . Nel nostro caso confrontiamo due distribuzioni indipendenti e quindi per il calcolo di  $P_{KS}$  bisogna considerare

$$N = \frac{1}{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}} = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}. \quad (3.14)$$

Un vantaggio ulteriore del test di Kolmogorov-Smirnov è che esso non fa assunzioni sulla distribuzione dei dati e inoltre è indipendente dalla variabile usata, ad esempio se al posto di  $x$  si usasse  $\log x$ ,  $D$  rimarrebbe la stessa.

Per quanto riguarda questo lavoro di tesi abbiamo scelto come valore limite per la significanza  $P_{KS} < 0.01$ , nel senso che per questi valori di  $P_{KS}$  l'ipotesi nulla per la quale le due distribuzioni sono uguali viene rigettata: in questo caso avremmo a che fare con possibile segnale gravitazionale.

Abbiamo quindi implementato un algoritmo attraverso il quale abbiamo costruito istogrammi cumulativi degli eventi registrati dal rivelatore AURIGA per coppie successive di ore. Gli eventi sono stati scelti in modo opportuno, attraverso il test del  $\chi^2$  e con un opportuna soglia sul rapporto segnale rumore in modo da essere certi che essi fossero solo eventi impulsivi. Una volta fatto questo abbiamo fissato la soglia del rivelatore a valori attorno a cinque volte la deviazione standard del rumore, precisamente a valori di  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$  e  $\tilde{h} = 0.70 \times 10^{-21}$ . A questo punto abbiamo costruito degli istogrammi che contenessero ognuno solo gli eventi registrati ad una particolare ora siderea e su questi abbiamo effettuato il test di Kolmogorov-Smirnov. Il test è stato fatto effettuando il confronto tra le distribuzioni di tutti gli istogrammi appena creati con la distribuzione dell'istogramma riferito agli eventi registrati durante le ore 21-22, cioè quando nessun segnale di tipo gravitazionale proveniente dal CG è entrato nel rivelatore. Per ogni confronto, il test ha restituito un valore della probabilità  $P_{KS}$  (refeq:probsmirnov).

L'analisi è stata effettuata sugli eventi registrati tra il 30 maggio (run 679) e il 3 novembre 2005 (run 710) dal rivelatore AURIGA. Il tempo zero è stato fissato con l'equinozio d'autunno 2004. In questo periodo il duty-cycle del rivelatore è stato del 98%. Il numero di eventi spuri con  $SNR > 6$  è stato di una decina al giorno (Fig. 1.9). Come già mostrato nella sezione 1.3 il rivelatore ha funzionato in modo quasi stazionario durante tutto il periodo di presa dati.

### 3.2.2 Risultati

Nella prima prova abbiamo fissato la soglia di rivelazione ad un valore pari a  $\tilde{h} = 0.7 \times 10^{-21}$ . Una volta costruiti gli istogrammi contenenti il numero di eventi registrati dal rivelatore in funzione dell'ampiezza del segnale  $\tilde{h}$ , attraverso il test di Kolmogorov-Smirnov, abbiamo verificato la compatibilità o meno delle distribuzioni nel confronto con la distribuzione nelle ore 21-22.

Nelle figure successive (Fig.3.2, ??) mostriamo, come esempio, gli istogrammi cumulativi riferiti alle ore del massimo di risposta del rivelatore gravitazionale (abbiamo scelto le ore 3-4) e alle ore del minimo (21-22) e il risultato del test di Kolmogorov-Smirnov (Fig.3.3). Il test è stato effettuato su tutte le coppie di ore come verifica dell'uniformità del test, ma il nostro scopo era confrontare le distribuzioni al massimo dell'antenna pattern con il minimo.

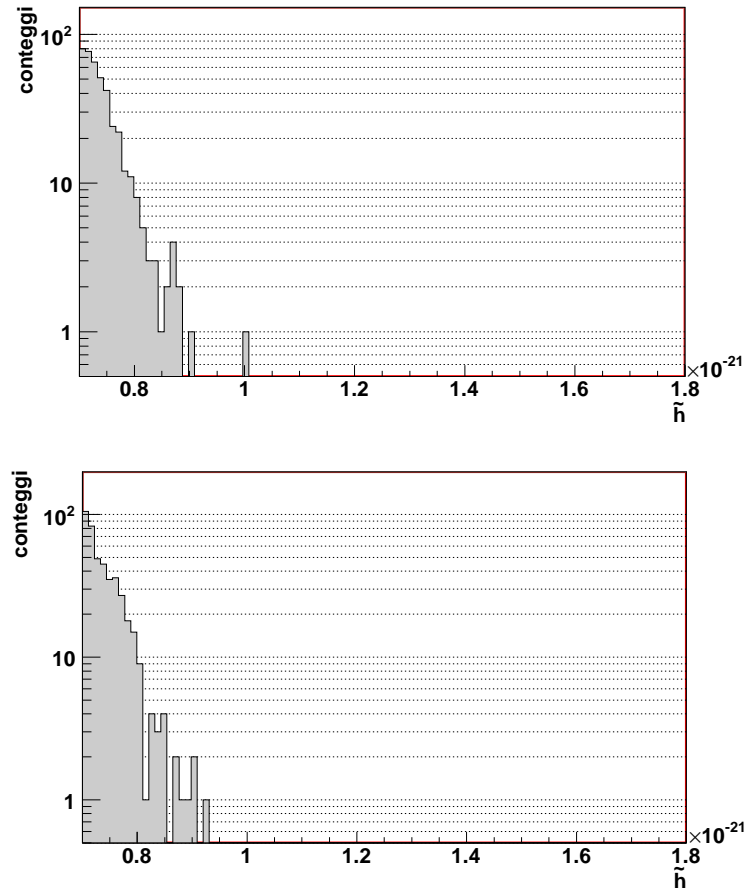


Figura 3.2: Istogrammi cumulativi degli eventi registrati dal rivelatore AURIGA: sopra riferito alla coppia di ore sideree 3-4 nei sei mesi maggio-novembre 2005; sotto riferito alla coppia di ore sideree 21-22 nei sei mesi maggio-novembre 2005. In ascissa abbiamo l'ampiezza della trasformata di Fourier dell'evento. La soglia di partenza è pari a  $\tilde{h} = 0.70 \times 10^{-21}$ .

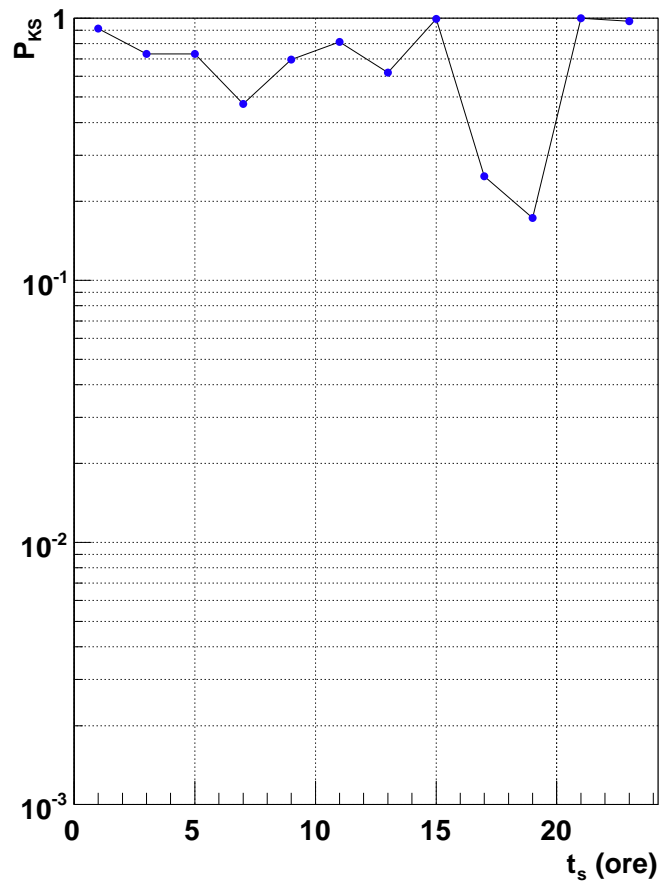


Figura 3.3: Risultati del test di Kolmogorov-Smirnov per distribuzioni con soglia minima  $\tilde{h} = 0.7 \times 10^{-21}$ . Il test è stato effettuato tra le distribuzioni di eventi registrati alle varie ore sideree con quelli registrati nel minimo di risposta del rivelatore tra le ore 21 e 22 sideree. Come si vede l'ipotesi nulla ( $P_{KS} < 0.01$ ) non è stata falsificata nè alle ore 3-4 nè alle ore 13-14, quando cioè massima è la risposta del rivelatore per sorgenti del centro galattico.

Dall'analisi del risultato del test di Kolmogorov-Smirnov si nota subito come l'ipotesi nulla non sia stata falsificata, infatti la soglia  $P_{KS} < 0.01$  scelta come limite non è stata mai oltrepassata in nessuna delle ore in cui massima è la risposta del rivelatore per sorgenti poste nel centro galattico.

Per verificare ulteriormente questo dato abbiamo abbassato la soglia di rivelazione, passando al valore  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$  e abbiamo nuovamente costruito gli istogrammi ed effettuato il test di Kolmogorov-Smirnov

Qui di seguito, per la nuova soglia, sono riportati gli istogrammi cumulativi sempre per le coppie di ore 3-4 e 21-22 e il risultato del test di Kolmogorov-Smirnov (Fig. 3.4, 3.5).

Anche in questo caso l'ipotesi nulla non è stata falsificata.

L'eventuale emissione stazionaria di onde gravitazionali dal centro galattico avviene quindi a un tasso troppo piccolo per essere rilevato dal rivelatore AURIGA, quindi visto che l'analisi dei dati reali non ha dato esiti positivi, per dimostrare la validità del metodo abbiamo introdotto noi eventi che simulassero eventi provenienti dal centro galattico. Inoltre, grazie all'analisi appena fatta, è stato possibile stabilire come fondo del rivelatore gli eventi registrati alle ore sideree 21-22 e, partendo da questo presupposto, riefettuare l'analisi attraverso il test di Kolmogorov-Smirnov.

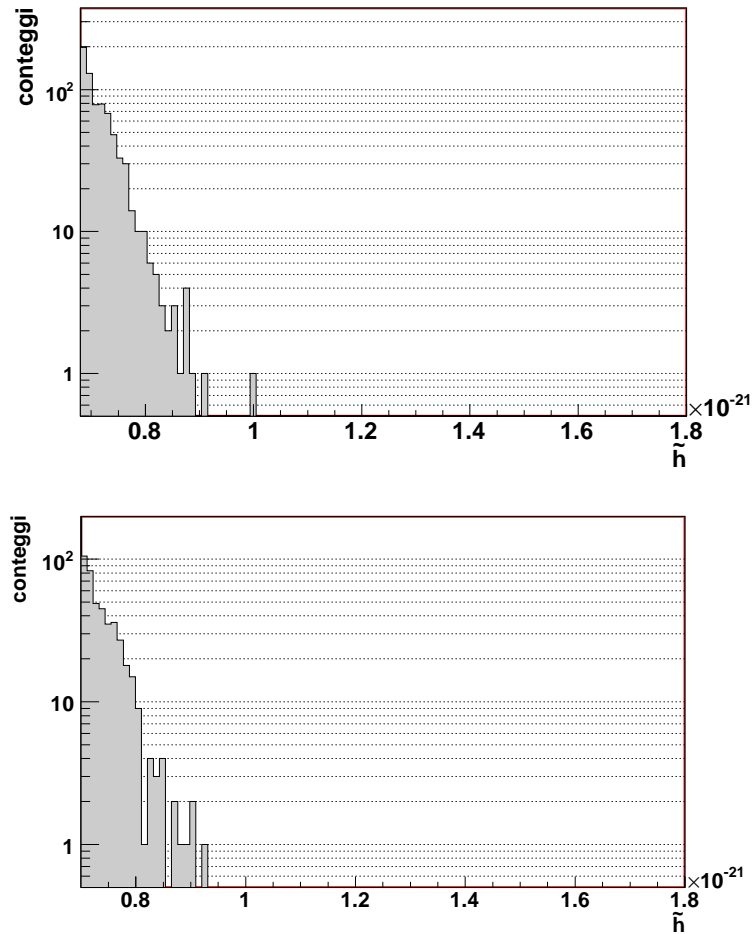


Figura 3.4: Istogrammi cumulativi degli eventi registrati dal rivelatore AURIGA: sopra riferito alla coppia di ore sideree 3-4 nei sei mesi maggio-novembre 2005; sotto riferito alla coppia di ore sideree 21-22 nei sei mesi maggio-novembre 2005. In ascissa abbiamo l'ampiezza della trasformata di Fourier dell'evento. La soglia di partenza è pari a  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$ .

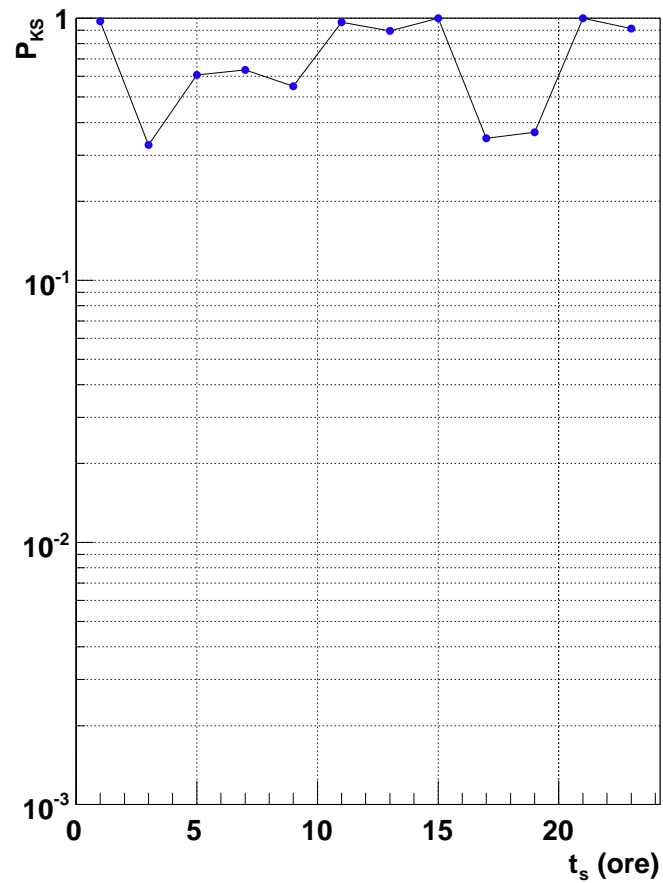


Figura 3.5: Risultati del test di Kolmogorov-Smirnov per distribuzioni con soglia minima  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$ . Il test è stato effettuato tra le distribuzioni di eventi registrati alle varie ore sideree con quelli registrati nel minimo di risposta del rivelatore tra le ore 21 e 22 sideree. Come si vede l'ipotesi nulla ( $P_{KS} < 0.01$ ) non è stata falsificata nè alle ore 3-4 nè alle ore 13-14, quando cioè massima è la risposta del rivelatore per sorgenti del centro galattico.

# Capitolo 4

## Simulazioni

Nelle sezioni successive riportiamo il metodo e i risultati delle simulazioni effettuate per verificare la bontà e la sensibilità del metodo.

### 4.1 Metodo delle simulazioni

Come si è visto dal capitolo terzo, dall'analisi dei dati raccolti dal rivelatore AURIGA non è emersa una evidenza di onde gravitazionali emesse da sorgenti impulsive del centro galattico. Questo può significare non che non esistano, ma o che il rivelatore non ha una sensibilità sufficiente per rivelarle oppure che il metodo da noi applicato, l'analisi di tempo siderale, non sia effettivamente valido. Il nostro scopo era quindi valutare se il metodo funziona qualora sia presente segnale gravitazionale sopra il rumore gaussiano non modellato registrato dal rivelatore. Attraverso l'analisi dei dati registrati dal rivelatore è stato possibile determinare il fondo del rivelatore, nel senso che tutto quello che il rivelatore ha registrato alle ore 21-22 è ora per noi fondo e da questo presupposto effettuiamo la nostra analisi. Abbiamo dovuto quindi generare degli eventi da aggiungere in modo casuale a quelli effettivamente registrati dal rivelatore. Per fare questo ci siamo rivolti al recente lavoro di Coccia et. al. (2004). Esso prevede, come visto in 2.2.1 che eventi catastrofici come gli starquake che sconvolgono le stelle di neutroni che accrescono oppure le magnetar, rispettino la legge di Gutenberg-Richter dei terremoti, quindi l'emissione di energia avrà uno spettro a legge di potenza  $x^{-\gamma}$ , con indice di potenza  $\gamma = 1.66$ . Una volta generati, questi eventi hanno dovuto essere modulati dall'antenna pattern del rivelatore prima di essere sommati agli eventi effettivamente registrati dal rivelatore. A questo punto siamo passati all'analisi vera e propria, con lo stesso procedimento usato nel caso dei soli dati reali. Abbiamo quindi costruito gli istogrammi cumulativi per le varie coppie di ore e, attraverso il test di Kolmogorov-Smirnov, abbiamo valutato la compatibilità tra le distribuzioni alle

ore 3-4 e 13-14, quando massima è la risposta del rivelatore, con la distribuzione alle ore 21-22, quando appunto nessun segnale proveniente dal centro galattico è entrato nel rivelatore. La soglia scelta per il test di Kolmogorov-Smirnov affinché l'ipotesi nulla non fosse verificata è stata scelta sempre pari a  $P < 0.01$ . La soglia è stata scelta così bassa per una scelta per così dire conservativa, nel senso che il nostro scopo era quello di verificare la validità del metodo. Scegliendo una soglia così bassa eravamo certi che il segnale da noi generato fosse stato effettivamente rivelato. Il numero di eventi generati è stato fatto variare fino a ottenere appunto la falsificazione dell'ipotesi nulla del test di Kolmogorov-Smirnov. Ogni evento generato corrispondeva a una energia data da 2.21, pari quindi a  $\sim 5 \times 10^{-5} M_{\odot} c^2$  per sorgenti nel centro galattico (Coccia et al., 2004).

## 4.2 Risultati

L'analisi è stata effettuata introducendo del segnale con un rate variabile, partendo da un evento al giorno, pari a  $\sim 5 \times 10^{-5} M_{\odot} c^2 / \text{giorno} \sim 2 \times 10^{-2} M_{\odot} c^2 / \text{anno}$  convertite in onde gravitazionali all'anno.

Come esempio mostriamo gli istogrammi cumulativi e il test di Kolmogorov-Smirnov (Fig.4.1) per, appunto, il rate di un evento al giorno. Il test è stato effettuato su tutte le ore, ma la nostra analisi prevedeva solo il confronto tra le coppie di ore con massima risposta del rivelatore per sorgenti localizzate nel centro galattico, con il confronto alle ore di minima risposta del rivelatore.

Il rate di eventi introdotti è poi stato fatto variare fino al momento in cui l'ipotesi nulla del nostro test statistico, cioè la compatibilità tra le distribuzioni degli eventi durante le ventiquattro ore con la distribuzione degli eventi registrati alle ore 21-22, non è stata falsificata: questo è avvenuto ad un rate di 4.2 eventi al giorno introdotti.

La Fig.(4.3) riportano appunto la distribuzione degli eventi alle ore 21-22 con la distribuzione degli eventi nella coppia di ore per la quale il test di Kolmogorov-Smirnov ha restituito un valore di  $P_{KS}$  che ci ha imposto di rigettare l'ipotesi nulla. La falsificazione dell'ipotesi nulla è avvenuta durante le ore 13-14, come si vede dalla Fig.(4.3)

Il rate di eventi da noi generato corrisponderebbe a un totale di  $\sim 1 \times 10^{-1} M_{\odot} c^2 / \text{anno}$  convertite in onde gravitazionali nel centro galattico.

Abbiamo poi riefettuato la stessa analisi aumentando la soglia a  $\tilde{h} = 0.70 \times 10^{-21}$ . Anche in questo caso abbiamo fatto variare il rate partendo da un evento al giorno. Abbiamo sempre effettuato il confronto tra le distribuzioni corrispon-

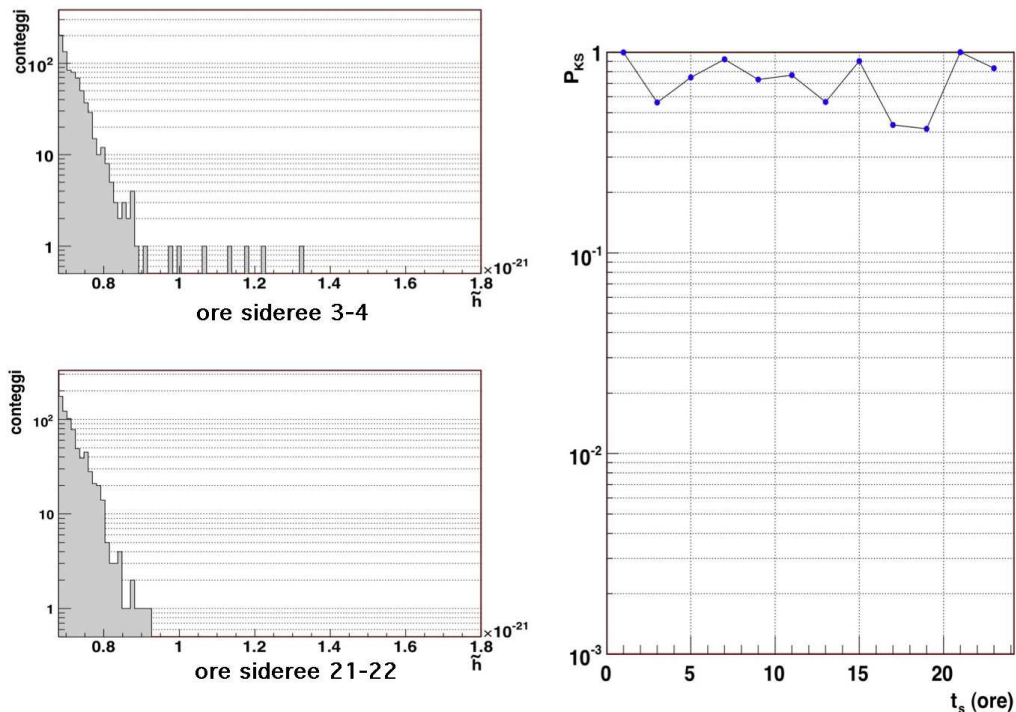


Figura 4.1: A sinistra: istogrammi cumulativi degli eventi registrati dal rivelatore AURIGA a cui sono sommati gli eventi da noi generati secondo una distribuzione al legge di potenza (rate di 1 evento al giorno pari a  $5 \times 10^{-5} M_{\odot}$  convertite al giorno in onde gravitazionali): sopra quello riferito alla coppia di ore sideree 3-4 , sotto quello riferito alle ore sideree 21-22 dove minima è la risposta del rivelatore. In ascissa abbiamo l'ampiezza della trasformata di Fourier dell'evento. La soglia di partenza è pari a  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$  . A destra: risultato della probabilità del test di Kolmogorov-Smirnov sempre per il rate di un evento al giorno. Come si può notare, anche solo l'introduzione di un evento al giorno serve a popolare la coda degli istogrammi. Il grafico a destra mostra il valore della  $P_{KS}$  uscito dal confronto delle distribuzioni delle varie coppie di ore consecutive con la distribuzione delle ore 21-22. Come si vede l'ipotesi nulla ( $P_{KS} < 0.01$ ) non è stata falsificata nè alle ore 3-4 nè alle ore 13-14, quando cioè massima è la risposta del rivelatore per sorgenti del centro galattico.

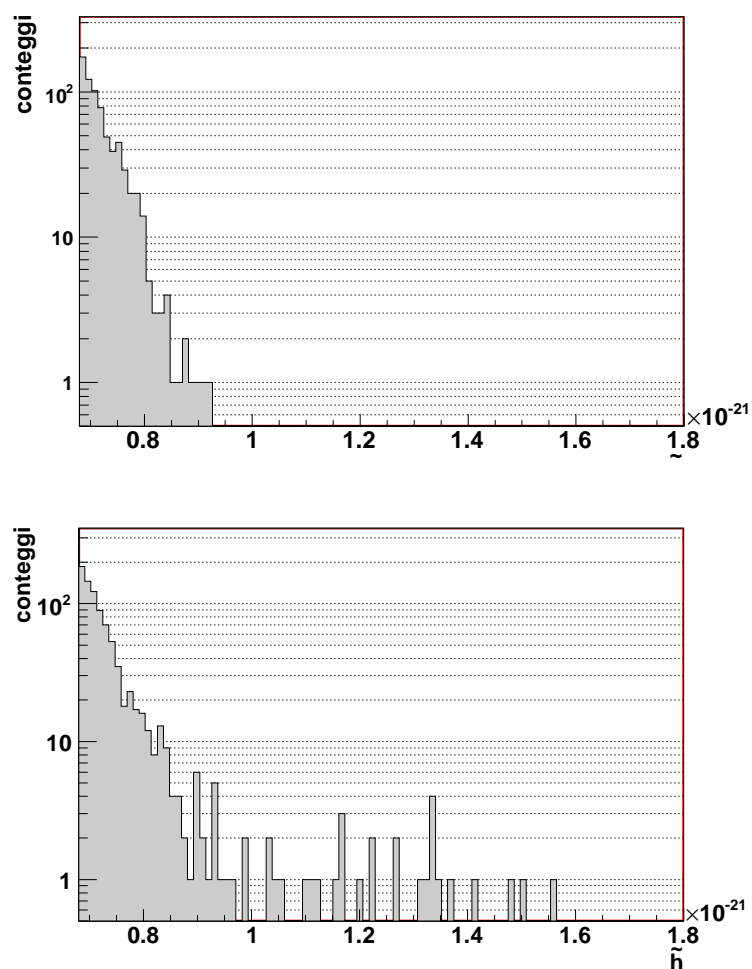


Figura 4.2: Istogrammi cumulativi degli eventi riferiti alle ore 21-22 sideree (sopra) e alle ore 13-14 (sotto) per un rate pari a 4.2 eventi al giorno per un totale di massa convertita in onde gravitazionali (al giorno) di  $2.1 \times 10^{-4} M_{\odot} c^2$ . Le ore 13-14 sono quelle per le quali il test di Komogorov-Smirnov ha restituito un valore di  $P_{KS} < 0.01$  facendoci rigettare l'ipotesi nulla. La soglia minima è sempre pari a  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$

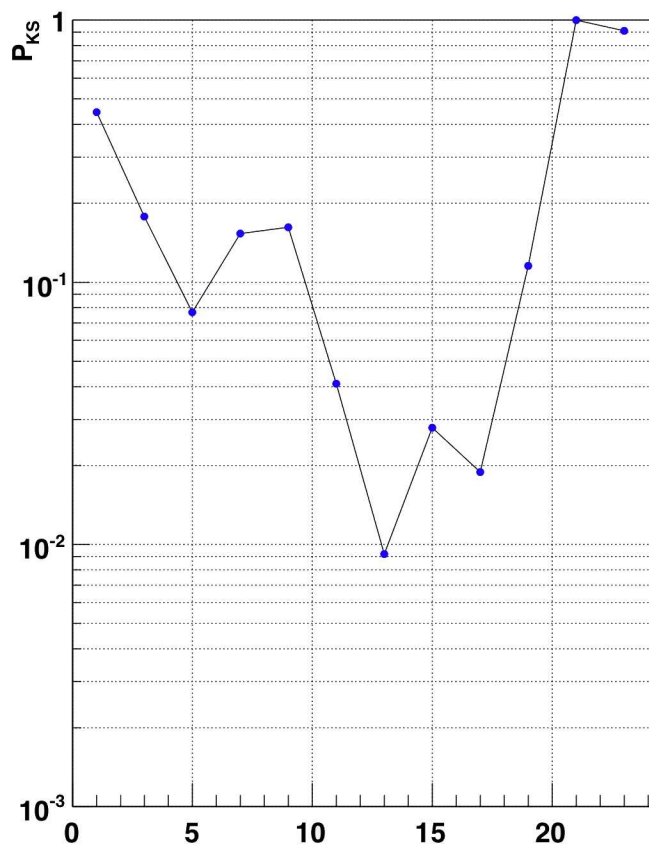


Figura 4.3: Risultati del test di Kolmogorov-Smirnov per gli eventi simulati con rate di 4 eventi al giorno pari a  $2 \times 10^{-4} M_{\odot}$  convertite al giorno in onde gravitazionali. La soglia minima è pari a  $\tilde{h} = 0.68 \times 10^{-21}$ . Il test è stato effettuato tra le distribuzioni di eventi registrati alle varie ore sideree con quelli registrati nel minimo di risposta del rivelatore tra le ore 21 e 22 sideree, ma per la nostra analisi abbiamo tenuto conto solo del confronto con le coppie di ore in cui la risposta del rivelatore è massima, cioè le coppie di ore 3-4 e 13-14. Il confronto tra queste coppie di ore significative ha restituito un valore di  $P < 0.01$ , falsificando quindi la nostra ipotesi nulla

denti alle ore 21-22 con quelle corrispondenti alle ore del massimo di risposta del rivelatore per sorgenti del centro galattico, cioè 3-4 e 13-14. In questo caso per falsificare l'ipotesi nulla è bastato introdurre un numero di eventi giornalieri pari a 3.2, corrispondenti a  $5 \times 10^{-2} M_{\odot} c^2$ . Anche in questo caso l'ipotesi nulla è stata

falsificata in corrispondenza del secondo massimo di risposta del rivelatore.

### 4.3 Discussione

Il problema emerso dopo l'analisi dei dati raccolti da AURIGA era quello di capire se effettivamente il rivelatore non avesse registrato nulla di rilevante per quanto riguarda l'emissione di onde gravitazionali dal centro galattico, oppure se il metodo da noi pensato per effettuare l'analisi fosse sbagliato. Ci siamo quindi rivolti a delle simulazioni che ci hanno permesso di verificare la bontà del metodo applicato.

Introducendo eventi generati secondo una distribuzione a legge di potenza abbiamo verificato che il confronto tra le distribuzioni alle ore di massima risposta del rivelatore con quelle di minima risposta mostrava una loro incompatibilità, misurata da  $P_{KS}$ , crescente. Il metodo di analisi secondo il tempo siderale è quindi risultato corretto e grazie a questo sarà possibile ricavare un limite superiore sulla massa convertita in onde gravitazionali da eventi impulsivi dal centro galattico. I valori da noi trovati non possono a tutti gli effetti definirsi limite superiore mancando la fascia di confidenza entro cui essi possono essere ritenuti validi. Nonostante questo, i valori da noi ricavati sono comunque compatibili con quelli ricavati attraverso altri metodi da Dubath et al. (2006).

# Conclusioni

Per concludere riportiamo alcuni punti chiave di questo lavoro di tesi.

Innanzitutto bisogna ricordare la direzionalità del rivelatore, che è alla base del nostro approccio alla ricerca di onde gravitazionali. Grazie a questo è stato possibile scegliere un luogo privilegiato su cui effettuare la nostra analisi. La nostra scelta è ricaduta sul centro galattico. Un buco nero super massiccio,  $10^4$  o forse più oggetti compatti racchiusi in un parsec cubo e una relativa vicinanza lo rendono candidato ottimo per la ricerca di onde gravitazionali prodotte da eventi impulsivi. L'analisi da noi effettuata è stata resa possibile solo dalla quasi stazionarietà e dal duty cycle del 98% del rivelatore AURIGA. Grazie a questo è stato possibile raccogliere dati per più di sei mesi. Questo ci ha permesso di provare ad effettuare una ricerca sperimentale di onde gravitazionali. Purtroppo la sua sensibilità non è ancora abbastanza elevata per permetterci una detection diretta, ma siamo comunque riusciti a testare la validità dell'analisi di tempo siderale. La validità del nostro tipo di analisi è stata effettuata introducendo eventi generati secondo una precisa distribuzione sopra quello che per noi era il fondo del rivelatore. E' bastato aggiungere un numero esiguo di eventi al giorno perchè essi venissero rivelati attraverso la falsificazione del test di Kolmogorov-Smirnov.

In prospettiva, l'analisi di tempo siderale è risultata valida e, dipendendo solo dall'antenna pattern, è applicabile ad ogni tipo di rivelatore. Questo tipo di lavoro è quindi ulteriormente sviluppabile, fino ad ottenere un limite superiore sulla massa convertita in onde gravitazionali. Infatti i valori da noi ricavati non possono definirsi limite superiore in quanto non è stato possibile ricavare una fascia di confidenza per il risultato ottenuto.



# Appendice A

## Risposta di un interferometro a un'onda gravitazionale monocromatica

Come si sa ogni sistema di riferimento è equivalente nel calcolo teorico e per questo si è soliti scegliere quello che rende più semplice questo tipo di calcolo. In realtà, quando però si deve riportare la teoria al dato sperimentale, si è obbligati a riferirci al sistema di riferimento dell'apparato strumentale. Ad esempio se avessimo a che fare con urti di particelle su un bersaglio fisso le predizioni teoriche si potrebbero fare nel sistema di riferimento del centro di massa ma alla fine queste predizioni devono essere riportate nel sistema di riferimento del laboratorio. In relatività questo è ancora più importante. Il sistema di riferimento del laboratorio per gli vari interferometri e per le antenne gravitazionali è chiamato sistema di coordinate normali di Fermi (FNC) e quindi proprio a questo sistema bisogna riportare ogni ipotesi teorica. Come abbiamo già visto il sistema di riferimento migliore dove risolvere i nostri calcoli teorici è la TT-gauge e quindi innanzitutto bisogna indicare le trasformazioni di coordinate da un sistema all'altro. Consideriamo un'onda gravitazionale monocromatica che si propaga lungo l'asse  $z$  con polarizzazione  $+$  ( $h_{11}^{TT} = -h_{22}^{TT} = A_+ \sin(kz' - \omega t')$ ), tutte le altre componenti della metrica perturbata sono zero (Fortini and Gualdi, 1982)). Le trasformazioni tra le coordinate della gauge TT (con apice) e il sistema FNC (senza apice) sono date

da:

$$\begin{cases} t' = t - A_+ \frac{x^2 - y^2}{2cz} \left( \frac{\cos(kz - \omega t)}{kz} - \frac{\cos(\omega t)}{kz} - \sin(\omega t) \right) \\ x' = x + A_+ x \left( \frac{\cos(kz - \omega t)}{kz} - \frac{\cos(\omega t)}{kz} - \sin(\omega t) \right) \\ y' = y - A_+ y \left( \frac{\cos(kz - \omega t)}{kz} - \frac{\cos(\omega t)}{kz} - \sin(\omega t) \right) \\ z' = z - A_+ \frac{x^2 - y^2}{2z} \left( \frac{\cos(kz - \omega t)}{kz} - \frac{\cos(\omega t)}{kz} - \sin(\omega t) \right). \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Consideriamo allora un interferometro, come precedentemente descritto, formato da un BS e da due specchi. L'onda gravitazionale si propaga lungo l'asse  $z$ , perpendicolare al piano  $(x,y)$  individuato dall'interferometro. Il sistema FNC collegato a questo apparato è rappresentato in figura A.1 dove l'origine del sistema coincide con il BS e gli assi  $x$  e  $y$  passano per gli specchi posti a distanza  $L$  dall'origine.

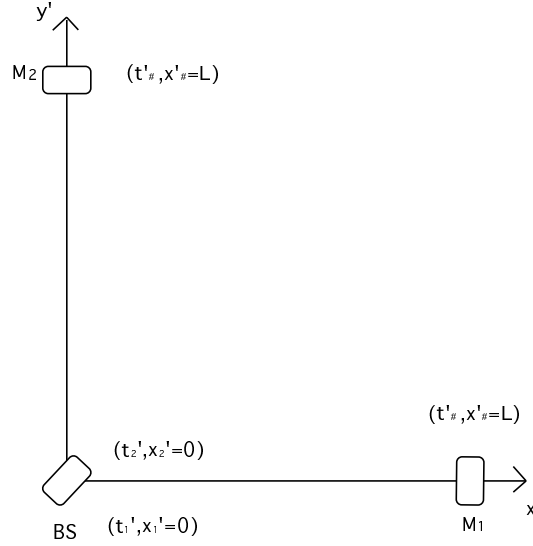


Figura A.1: L'interferometro come visto nella gauge TT: BS è il beam splitter,  $M_1, M_2$  sono gli specchi.  $t'_1$  è il tempo in cui il fotone esce da BS, mentre  $t'_2$  è il tempo d'arrivo dopo lo scattering degli specchi alla distanza  $x'_{\#}$  e al tempo  $t'_{\#}$

Un raggio di luce che viaggia dal BS agli specchi risente di uno spostamento di fase dovuto all'interazione con l'onda gravitazionale e allo spostamento degli specchi rispetto all'origine. Nel sistema FNC misurare questo spostamento di fase è particolarmente difficile, ma si può misurare facilmente nella TT-gauge (Estabrook and Wahlquist, 1975). Di fatto gli specchi, inizialmente fermi, restano fermi nella

TT-gauge ad ogni momento susseguente, così che uno possa scrivere, per un raggio luminoso che si muove lungo l'asse x (similmente per l'asse y) e che venga riflesso all'indietro dallo specchio alla distanza fissa  $x'_{\#} = L$  ( $y'_{\#} = L$ ) al tempo  $t'_{\#}$ :

$$\begin{cases} \frac{2x'_{\#}}{c} = t'_2 - t'_1 + \frac{A_+L}{c} \frac{\sin \eta}{\eta} \sin(\omega t'_2 - \eta) \\ \frac{2y'_{\#}}{c} = t'_2 - t'_1 - \frac{A_+L}{c} \frac{\sin \eta}{\eta} \sin(\omega t'_2 - \eta). \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Qui  $\eta = \omega(t'_2 - t'_1)/2 \approx \omega L/c$ , mentre  $\omega t'_2 - \eta = (t'_1 + t'_2)/2 = t'_{\#}$ . Dall'equazione A.2 si vede che l'unico effetto dell'onda gravitazionale è un ritardo provocato al tempo di percorrenza del fotone: questo è vero nella TT-gauge dove lo shift della fase è dato da

$$\Delta\phi = 4\pi(L/\lambda_e)(\sin \eta/\eta)A_+ \sin(\omega t_2 - \eta) \quad (\text{A.3})$$

con  $\lambda_{\eta}$  lunghezza d'onda della luce.

Per trovare lo shift della fase come visto nel FNC, si devono applicare A.1 nel caso speciale  $z' = 0$  e  $y' = 0$ . Le coordinate TT dei tre eventi  $(t'_1, 0, 0, 0)$ ,  $(t'_{\#}, 0, 0, 0)$ ,  $(t'_2, 0, 0, 0)$  rappresentano rispettivamente la partenza di un fotone dal BS, la sua riflessione dallo specchio e il ritorno al BS. Sono quindi collegate alle coordinate del FNC da  $(t'_1 = t_1, x'_1 = x' = 0, y'_1 = 0, z'_1 = 0)$ ,  $(t'_{\#} = t_{\#} + A_+\omega L^2 \cos(\omega t_{\#})/(4c^2), x'_{\#} = x_{\#} + A_+\omega L \sin(\omega t_{\#})/2, y'_{\#} = 0, z'_{\#} = 0)$ ,  $(t'_2 = t_2, x'_2 = x_2 = 0, y'_2 = 0, z'_2 = 0)$ . La variazione di distanza e il ritardo temporale dato dal passaggio dell'onda sono quindi dati da:

$$\begin{cases} \Delta t_x \equiv t_2 - t_1 - (2x_{\#}/c) = \frac{A_+L}{c} (1 - \frac{\sin \eta}{\eta}) \sin \omega t_2 - \eta \\ \Delta x \equiv 2L - 2x_{\#} = A_+L \sin(\omega t_2 - \eta). \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Stesso ragionamento si deve fare con l'asse y e tenendo conto che lo shift totale della fase dovuto all'interazione dell'onda gravitazionale col fotone è  $\Delta\phi = (2\pi/\lambda_e)[(\Delta x - c\Delta t_x) - (\Delta y - c\Delta t_y)]$  abbiamo

$$\Delta\phi = 4\pi(L/\lambda_e) \frac{\sin \eta}{\eta} A_+ \sin(\omega t_2 - \eta). \quad (\text{A.5})$$

Questo risultato mostra che l'interferometro misura effettivamente gli effetti combinati dovuti allo spostamento degli specchi e al ritardo di fase del fotone. In una situazione fisica reale, dove  $L \approx 3 \text{ km}$ ,  $\omega < 10^5 \text{ rad/s}$ , si trova che  $\eta = \omega L/c = L/\lambda < 1$  e per questo il ritardo temporale va come  $\sin \eta/\eta - 1 \approx \eta^2/6 < 1$ , quindi trascurabile rispetto allo spostamento spaziale.



# Bibliography

- Alexander, T.: 1999, *ApJ* **527**, 835
- Alexander, T.: 2005, *Phys.Rep* **419**, 65
- Andersson, N., Jones, D. I., and Kokkotas, K. D.: 2002, *MNRAS* **337**, 1224
- Baganoff, F. K., Maeda, Y., Morris, M., Bautz, M. W., Brandt, W. N., Cui, W., Doty, J. P., Feigelson, E. D., Garmire, G. P., Pravdo, S. H., Ricker, G. R., and Townsley, L. K.: 2003, *ApJ* **591**, 891
- Baggio, L., Bignotto, M., Bonaldi, M., Cerdonio, M., Conti, L., de Rosa, M., Falferi, P., Fortini, P., Inguscio, M., Liguori, N., Marin, F., Mezzena, R., Mion, A., Ortolan, A., Prodi, G. A., Poggi, S., Salemi, F., Soranzo, G., Taffarello, L., Vedovato, G., Vinante, A., Vitale, S., and Zendri, J. P.: 2005a, *Physical Review Letters* **95(8)**, 081103
- Baggio, L., Bignotto, M., Bonaldi, M., Cerdonio, M., Conti, L., de Rosa, M., Falferi, P., Fortini, P., Inguscio, M., Liguori, N., Marin, F., Mezzena, R., Mion, A., Ortolan, A., Prodi, G. A., Poggi, S., Salemi, F., Soranzo, G., Taffarello, L., Vedovato, G., Vinante, A., Vitale, S., and Zendri, J. P.: 2005b, *Physical Review Letters* **95(13)**, 139903
- Baggio, L., Bignotto, M., Bonaldi, M., Cerdonio, M., Conti, L., Falferi, P., Liguori, N., Marin, A., Mezzena, R., Ortolan, A., Poggi, S., Prodi, G. A., Salemi, F., Soranzo, G., Taffarello, L., Vedovato, G., Vinante, A., Vitale, S., and Zendri, J. P.: 2005c, *Physical Review Letters* **94(24)**, 241101
- Baryshev, Y. V. and Paturel, G.: 2001, *Astron. Astrophys.* **371**, 378
- Becklin, E. E. and Neugebauer, G.: 1975, *ApJ* **200**, L71
- Blaes, O., Blandford, R., Goldreich, P., and Madau, P.: 1989, *ApJ* **343**, 839
- Cheng, B., Epstein, R. I., Guyer, R. A., and Young, C.: 1996, *Nature* **382**, 518
- Coccia, E., Dubath, F., and Maggiore, M.: 2004, *Phys.Rev.D* **70(8)**, 084010
- Cornish, N. J.: 2002, *Phys.Rev.D* **65(2)**, 022004
- de Freitas Pacheco, J. A.: 1998, *Astron. Astrophys.* **336**, 397
- Dubath, F., Foffa, S., Gasparini, M. A., Maggiore, M., and Sturani, R.: 2005, *Phys.Rev.D* **71(12)**, 124003
- Dubath, F. and Maggiore, M.: 2006, *ArXiv* (gr-qc/0604048)
- Estabrook, F. B. and Wahlquist, H. D.: 1975, *General Relativity and Gravitation*

6, 439

- Fortini, P. and Ortolan, A.: 1991, *Nuovo Cimento B Serie* **106(1)**, 101
- Fortini, P. L. and Gualdi, C.: 1982, *Nuovo Cimento B Serie* **71**, 37
- Genzel, R., Hollenbach, D., and Townes, C. H.: 1994, *Reports of Progress in Physics* **57**, 417
- Genzel, R., Schödel, R., Ott, T., Eisenhauer, F., Hofmann, R., Lehnert, M., Eckart, A., Alexander, T., Sternberg, A., Lenzen, R., Clénet, Y., Lacombe, F., Rouan, D., Renzini, A., and Tacconi-Garman, L. E.: 2003, *ApJ* **594**, 812
- Gerhard, O.: 1996, IAU Symp. 169, p. 79, L. Blitz & P.J. Teuben (Dordrecht:Kluwer)
- Ghez, A. M., Morris, M., and Becklin, E. E.: 1999, in H. Falcke, A. Coteria, W. J. Duschl, F. Melia, and M. J. Rieke (eds.), *ASP Conf. Ser. 186: The Central Parsecs of the Galaxy*, pp 18–+
- Göğüş, E., Woods, P. M., Kouveliotou, C., van Paradijs, J., Briggs, M. S., Duncan, R. C., and Thompson, C.: 2000, *ApJ* **532**, L121
- Guesten, R.: 1989, IAU Symp. 136, p. 89, M. Morris (Dordrecht: Kluwer)
- Hurley, K., Cline, T., Mazets, E., Barthelmy, S., Butterworth, P., Marshall, F., Palmer, D., Aptekar, R., Golenetskii, S., Il'Inskii, V., Frederiks, D., McTiernan, J., Gold, R., and Trombka, J.: 1999, *Nature* **397**, 41
- Ioka, K.: 2001, *MNRAS* **327**, 639
- Krabbe, A., Genzel, R., Eckart, A., Najarro, F., Lutz, D., Cameron, M., Kroker, H., Tacconi-Garman, L. E., Thatte, N., Weitzel, L., Drapatz, S., Geballe, T., Sternberg, A., and Kudritzki, R.: 1995, *ApJ* **447**, L95+
- Landau, L. and Lifshits, E.: 1985, *Teoria dei campi*, Editori Riuniti, Roma
- Liguori, N. and Ortolan, A.: 2006, *Mapping the gravitational wave sky with AURIGA detector*, (unpublished)
- Lynden-Bell, D. and Rees, M. J.: 1971, *MNRAS* **152**, 461
- Marranghello, G. F., Vasconcellos, C. A., and de Freitas Pacheco, J. A.: 2002, *Phys.Rev.D* **66(6)**, 064027
- Massey, F. J.: 1951, *Journal of the American Statistical Association* **46(253)**, 66
- Miralda-Escudé, J. and Gould, A.: 2000, *ApJ* **545**, 847
- Misner, C., Thorne, K., and Wheeler, J.: 1973, *Gravitation*, Freeman, New York
- Morris, M. R.: 2003, *The environment of the Galaxy's central black hole*, pp 95–121, The Galactic Black Hole
- Muno, M., Morris, M., and Baganoff, F.: 2004, *Bulletin of the American Astronomical Society* **36**, 1399
- Muno, M. P., Lu, J. R., Baganoff, F. K., Brandt, W. N., Garmire, G. P., Ghez, A. M., Hornstein, S. D., and Morris, M. R.: 2005, *ApJ* **633**, 228
- Papoulis, A.: 1971, *Probability, random variables, and stochastic processes*, McGraw-Hill

- Paturel, G. and Baryshev, Y.: 2003, *ApJ* **592**, L99
- Paturel, G. and Baryshev, Y. V.: 2003, *Astron. Astrophys.* **398**, 377
- Paumard, T., Maillard, J. P., Morris, M., and Rigaut, F.: 2001, *Astron. Astrophys.* **366**, 466
- Press, W., Teukolsky, S. A., Vetterling, W., and Flanner, B. P.: 1992, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 2nd edition
- Schutz, B. F. and Tinto, M.: 1987, *MNRAS* **224**, 131
- Shapiro, S. L. and Teukolsky, S. A.: 1983, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars*, John Wiley and Sons
- Smoluchowski, R. and Welch, D. O.: 1970, *Physical Review Letters* **24**, 1191
- Thompson, C. and Duncan, R. C.: 1995, *MNRAS* **275**, 255
- Thompson, C. and Duncan, R. C.: 1996, *ApJ* **473**, 322
- Wang, Q. D., Gotthelf, E. V., and Lang, C. C.: 2002, *Nature* **415**, 148
- Watson, M. G., Willingale, R., Hertz, P., and Grindlay, J. E.: 1981, *ApJ* **250**, 142
- Weber, J.: 1960, *Physical Review* **117**, 306
- Weber, J.: 1969, *Physical Review Letters* **22**, 1320
- Weinberg, S.: 1972, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, New York
- Woods, P. M., Kouveliotou, C., van Paradijs, J., Hurley, K., Kippen, R. M., Finger, M. H., Briggs, M. S., Dieters, S., and Fishman, G. J.: 1999, *ApJ* **519**, L139
- Yusef-Zadeh, F. and Morris, M.: 1987, *ApJ* **320**, 545
- Zendri, J.-P., Baggio, L., Bignotto, M., Bonaldi, M., Cerdonio, M., Conti, L., DeRosa, M., Falferi, P., Fortini, P. L., Inguscio, M., Marin, A., Marin, F., Mezzena, R., Ortolan, A., Prodi, G. A., Rocco, E., Salemi, F., Soranzo, G., Taffarello, L., Vedovato, G., Vinante, A., and Vitale, S.: 2002, *Classical and Quantum Gravity* **19**, 1925